

完全数について

完全数(かんぜんすう、英: perfect number)とは、自分自身が自分自身を除く正の約数の和に等しくなる自然数のことである。完全数の最初の4個は6($=1+2+3$)、(ア)、496($=1+2+4+8+16+31+62+124+248$)、8128($=1+2+4+8+16+32+64+127+254+508+1016+2032+4064$)である。「完全数」は「万物は数なり」と考えたピタゴラスが名付けた数の一つであることに由来するが、彼がなぜ「完全」と考えたのかについては何も書き残されていないようである。中世の『聖書』の研究者は、「6は「神が世界を創造した(天地創造)6日間」、(ア)は「月の公転周期」で、これら2つの数は地上と天界における神の完全性を象徴している」と考えたとされる。古代ギリシアの数学者は他にもあと2つの完全数(496, 8128)を知っていた。以来、完全数はどれだけあるのかの探求が2500年以上のちの現在まで続けられている。

完全数の定義は、正の約数の総和が自分自身の(イ)倍に等しいことと同値である。また、正の約数の逆数和が(イ)であると表現することもできる。出典: フリー百科事典『ウィキペディア(Wikipedia)』

この1学年通信が発行される頃、数学の授業でちょうど正の約数について習うはずである。例えば、72の正の約数は(1, 72), (2, 36), (3, 24), (4, 18), (6, 12), (8, 9)の12個ある。ペアにすることで、数え漏れや重複を防ぐことができる。その総和は、 $1+2+\cdots+36+72=(ウ)$ 。また、その総積 $1\cdot 2\cdots 36\cdot 72$ を素因数分解すると、2の(エ)乗 $\times$ 3の(オ)乗となる。

さて、72の場合、72を除く正の約数の和は72より大きくなるので完全数にはならない。(過剰数という)完全数は、素数との相性もよく、いろいろと研究されている。興味がある生徒は、メルセンヌ素数というワードで検索してほしい。

秋の夜長、読書もよいが数学の世界に足を踏み入れてみてはいかがでしょう？ では問題です。

問1. 上のア～オの()を埋めよ。

問2. ある整数の約数をすべて足すと168になり、約数の逆数をすべて足すと2.8になるという。

この整数を求めよ。

問3. 1～100までの整数を表に書いた100枚のカードが並べられている。

このカードにすべて表の状態からはじめて、次の100回の操作をする。

操作1 1の倍数のカードをすべてひっくり返す。

操作2 2の倍数のカードをすべてひっくり返す。

操作3 3の倍数のカードをすべてひっくり返す。

以下同様にして

操作100 100の倍数のカードをすべてひっくり返す。

操作が終了したとき、表向きになっているカードは何枚あるか。

【週行事予定】

月	日	曜	行事予定	FT	課外	備考
9	27	月		○	×	8:15 登校
	28	火	⑦ワールド・カフェ	○	×	8:15 登校
	29	水		○	×	8:15 登校
	30	木	⑦後期役員選出	○	×	8:15 登校
10	1	金		○	×	8:15 登校
	2	土				
	3	日				
	4	月		○	×	8:15 登校
	5	火		○	×	8:15 登校
	6	水	中間テスト ①自習 ②数学(前) ③化学基礎	×	×	8:15 登校
	7	木	中間テスト ①数学(後) ②古典 ③コミュ英 I	×	×	8:15 登校
	8	金	中間テスト ①現代社会 ②現代文 ③英表 I	×	×	8:15 登校
	9	土	英検1次			

※ 無限会は、延期になりました。延期日等につきましては、来週決まり次第連絡します。