

パスカルの三角形で構成された正四面体の断面の規則性

班員 長尾 奏菜 安藤 倫太郎 甲斐 朋美 塩月 陸玖 指導者 高橋 英志様 松下 寿先生 後藤 真吾先生

研究の動機

不規則なようで規則的な部分がある**パスカルの三角形**を**立体**にしたらどうなるのか興味を持ったから

二項定理とパスカルの三角形

○二項定理

(a+b)のn乗の式を展開した時、二項係数があらわれる定理

○パスカルの三角形

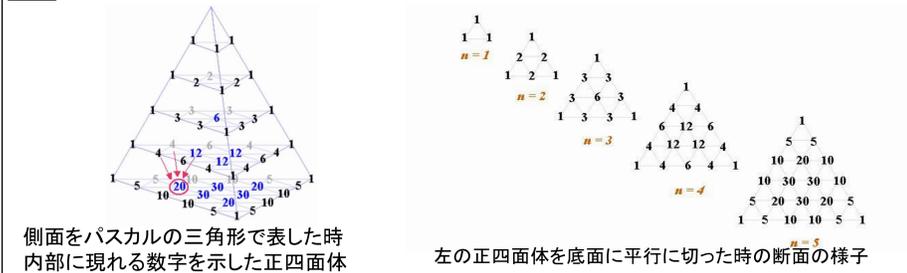
二項定理で求められる係数を図形化して表したもの。
(a+b)のn乗の式の係数はn段目の数字に等しくなる性質がある



先行研究 <https://kato.chobi.net/pascal/index.html>

パスカルの三角形の拡張 最終閲覧日 2023年1月24日

パスカルの三角形を正四面体の側面に表し、底面に平行に切った時の断面は正三角形となり、数字は**正三角形の底辺の垂直二等分線**を対称の軸として現れる。



研究方法

正四面体の側面をパスカルの三角形とみて立体を作成し、**切った断面**を観察して、規則性を調べる。

- ①パスカルの三角形を側面とした正四面体を作成
- ②定義にそって立体の内部に数字を入れていく
- ③作った正四面体を**側面に平行**に切っていく
- ④切った断面の様子を観察し、規則性を調べる

仮説

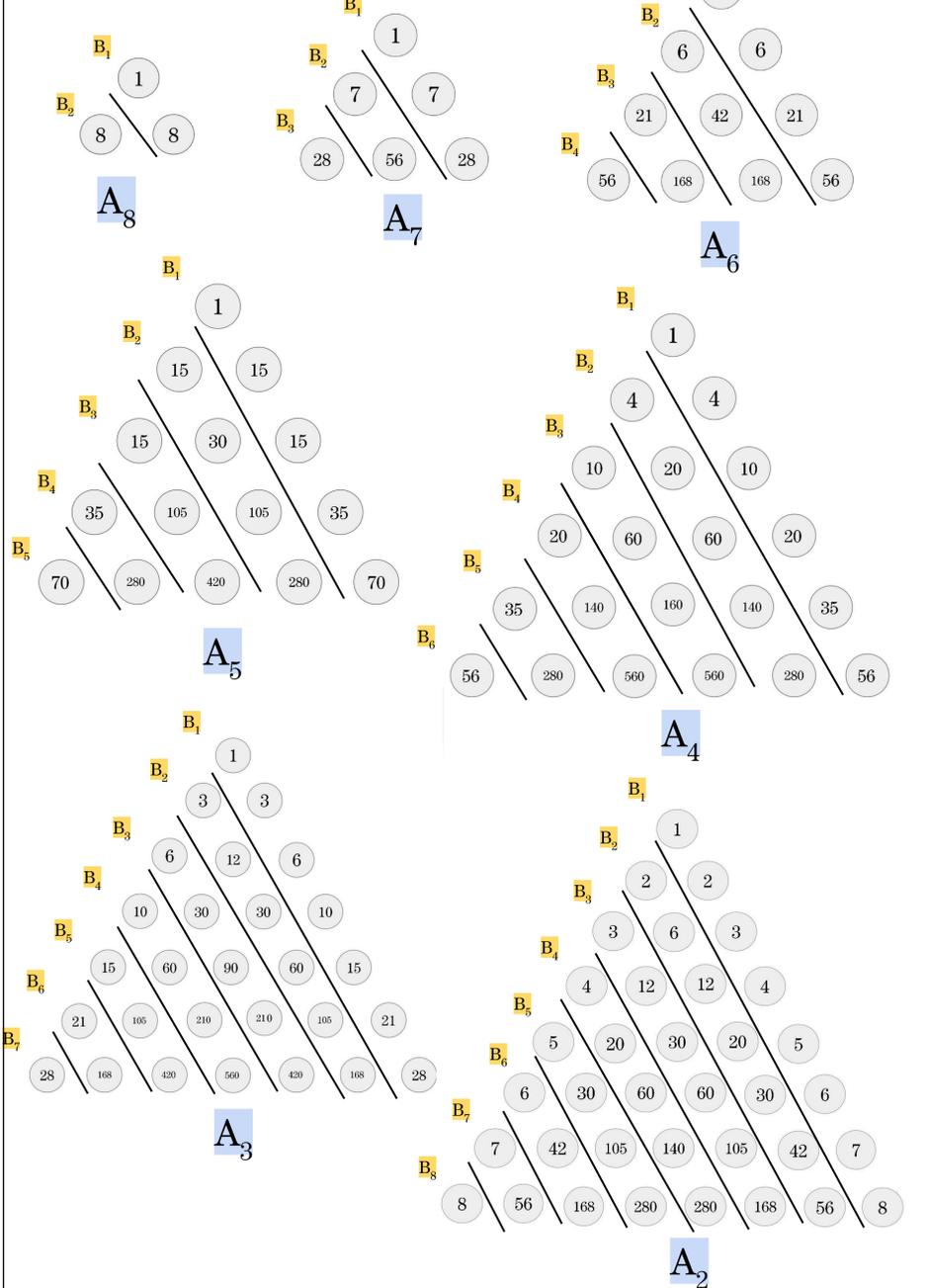
パスカルの三角形には二項定理における係数の規則性が見られる

➡パスカルの三角形の立体の断面には**(a+b+c)をn乗した時の係数**が見られるのではないかとと思われる

参考文献

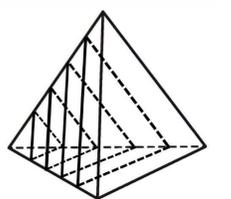
<http://www.mathlion.jp/article/ar103.html> 思考力を鍛える数学 パスカルの三角形と最短経路
<https://kato.chobi.net/pascal/index.html> / 思索の散歩道 パスカルの三角形拡張

研究結果 <1辺8 9個 縦9段の正四面体>



A_i面→正四面体の側面に対して平行に切っていった際の断面のこと。ある側面をA₁(i=1)として、その側面に含まれない正四面体の頂点に近づくにつれて、A₂, A₃, A₄... (i=2,3,4...)

B_m列→A_i面に現れた数字を列ごとに斜めに区切っていき、頂点に近い方からB₁, B₂, B₃... (m=1,2,3...)



考察

B_m列の数字の並びを数列とみる



$$\frac{n(n+1)(n+2)\dots(n+1+m-3)}{(1-1)!(m-1)!} \quad (1 \geq 2)$$

何枚目の断面か、何列目の数列か、何番目の数字かを代入すれば一つの数字に定まる

謝辞

私たちの研究をサポートしてくださった、松下寿先生、後藤真吾先生、メンターの高橋様にお礼申し上げます。ありがとうございました。