

図 2-1 鼻デカ坊や

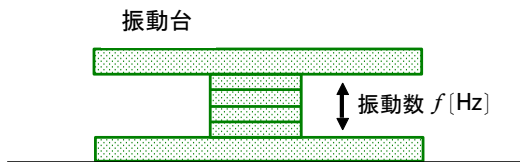


図 2-2 振動台

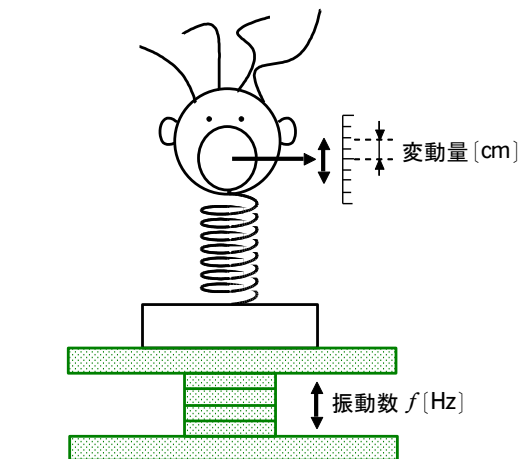


図 2-3

「鼻デカ坊や」実験

こんな実験を考えて見ましょう。

左の図 2-1 のように「鼻デカ坊や」と呼ばれるばねでできた架空のおもちゃがあるとします。この「鼻デカ坊や」の頭を軽くたたくと上下に振動してくれます。前後左右には振動しません。

ある時、この「鼻デカ坊や」の持ち主は、家でちょっとした地震に遭遇しました。その時、持ち主の視線の先に「鼻デカ坊や」が見えました。地震はちょっとした揺れだったのに、不思議なことに、「鼻デカ坊や」は上下に大きく振動していました。まるで「鼻デカ坊や」が地震を知らせてくれているようでした。

不思議に思った持ち主は、物理の先生に相談して、振動数を変えられる台の上に「鼻デカ坊や」を置き、鼻が上下にどれぐらいの変動をするかの実験をすることにしました。

振動台は図 2-2 ようになっていて、上の板が上下に振動できるようになっています。

振動数というのは 1s あたりの振動回数の中で、 f で表わします。これは英語の振動数 (frequency) からきています。単位は [1/s] となりますがこれを [Hz] と書いてヘルツと呼んでいます。 $f = 5$ [Hz] というのは 1s あたり 5 回振動するということです。周波数という言い方もします。

測定は図 2-3 のようにします。

「鼻デカ坊や」が静止している状態の鼻先を原点として、上下に振動する鼻先の原点からの変位の最大値を測定することにします。単位は cm です。

実験結果が次のページの図 2-4 の表です。このデータをどうやってグラフ化するかというのが、今回のテーマです。

| 台の振動数 f (Hz) | 1回目 変動量cm | 2回目 変動量cm | 3回目 変動量cm | 4回目 変動量cm | 5回目 変動量cm | 6回目 変動量cm | 7回目 変動量cm | 8回目 変動量cm | 9回目 変動量cm | 10回目 変動量cm |
|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|
| 10 | 1.20 | 1.05 | 1.25 | 1.25 | 1.30 | 1.30 | 1.50 | 1.25 | 1.10 | 1.20 |
| 11 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.90 | 1.20 | 1.30 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 1.00 |
| 12 | 1.00 | 1.05 | 0.80 | 0.80 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.95 | 1.00 |
| 13 | 1.30 | 1.20 | 1.00 | 0.90 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.10 |
| 14 | 2.30 | 1.50 | 1.50 | 1.20 | 1.20 | 1.10 | 1.25 | 1.00 | 2.00 | 1.20 |
| 15 | 1.50 | 2.06 | 2.00 | 1.80 | 1.80 | 2.10 | 1.75 | 2.50 | 1.50 | 1.90 |
| 16 | 1.10 | 1.25 | 1.00 | 1.40 | 1.20 | 1.20 | 1.20 | 1.25 | 1.00 | 1.10 |
| 17 | 0.75 | 0.90 | 0.70 | 0.90 | 0.70 | 0.70 | 0.90 | 0.90 | 0.65 | 0.70 |
| 18 | 0.40 | 0.40 | 0.25 | 0.40 | 0.20 | 0.30 | 0.50 | 0.50 | 0.40 | 0.30 |
| 19 | 0.20 | 0.25 | 0.20 | 0.10 | 0.20 | 0.25 | 0.30 | 0.25 | 0.20 | 0.20 |
| 20 | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.05 | 0.10 | 0.25 | 0.25 | 0.20 | 0.20 |

図 2-4

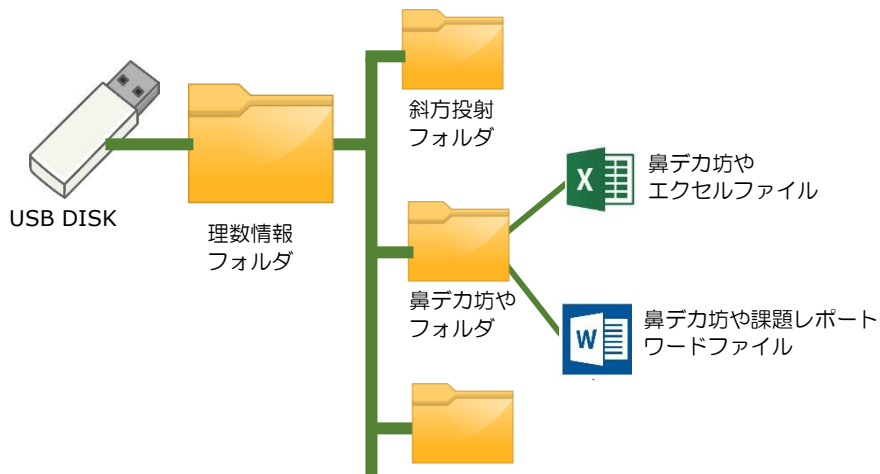


図 2-5 a

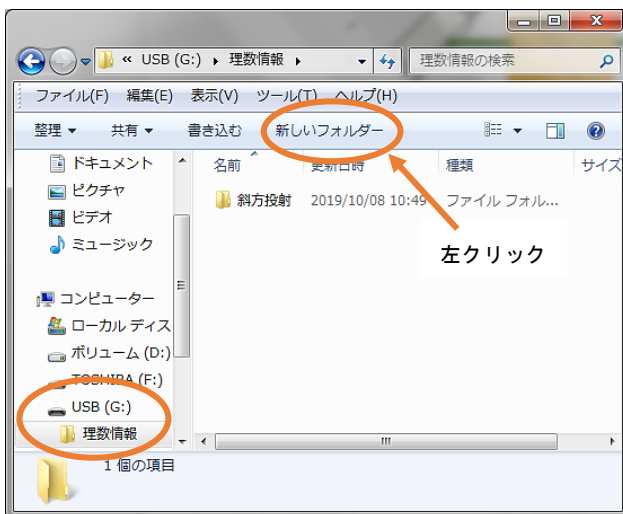


図 2-5 b

格納場所を作る

ここで新規の Excel を立ち上げて、そのエクセルの「ファイル」メニューを左クリックして「名前をつけて保存」を選びます。格納場所を「コンピュータ」にして自分の USB を探し出します。見ついたら USB を開いて、図 2-5 の理数情報フォルダの中に図 2-5 a~b の手順で「鼻デカ坊や」フォルダを作ります。つくったらそのフォルダを開き、その中に今立ち上げている新規のエクセルファイルの名前を「鼻デカ坊や」として保存します。この名前は全員共通にしましょう。

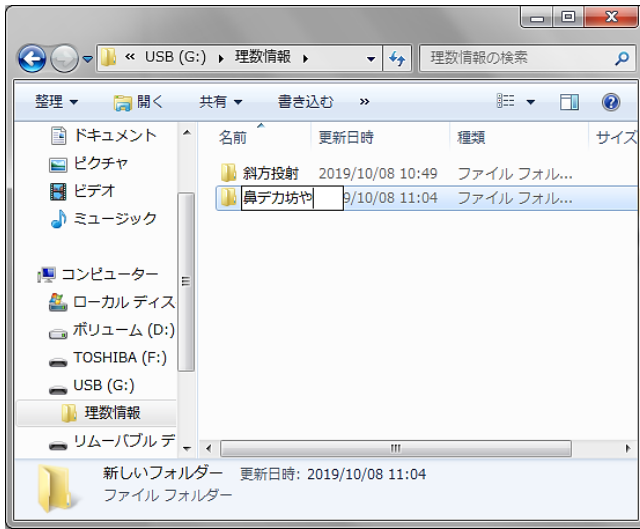


図 2-5 c

データ表を作る

それでは新しく作った「鼻デカ坊や」ファイルの Sheet1 に図 2-4 のデータを転記することにしませう。場所は図 2-8 で確認してください。

データを打ち込んでみると、ちょっと困ったことに気がきます。データを 1.00 と打ち込みたいのに 1 になってしまいます。こんなときは、「ホーム」タグを選んで「数値」のところを見ると図 2-6 のような図があります。これは、「.0」が「.00」になるよというサインです。この使い方は、データを打ち込み終わったら、最後にデータの部分をすべてドラッグして色を変え、図 2-6 のところを左クリックしてください。1 回のクリックで桁が一つ出てきます。何回かクリックすることで桁を小数以下もそろえることができます。

Sheet1 の名前は「実験データ」としたいのでシートの左下の「Sheet1」とかかれたタブにカーソルを持って行き、図 2-7 のように右クリックして「名前の変更」を選び左クリックします。そして、シートの名前を「実験データ」としておきます。

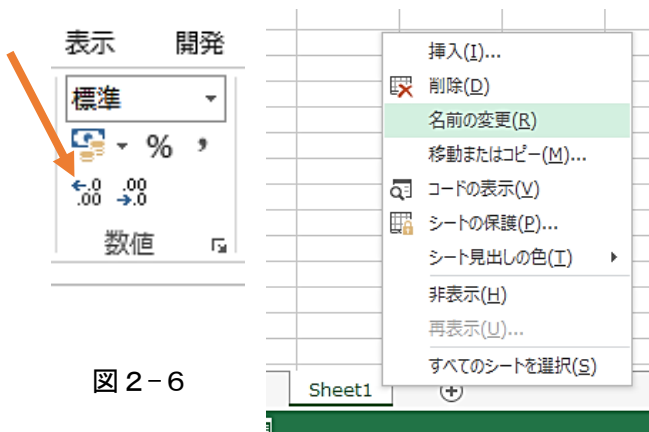


図 2-6

図 2-7



図 2-8

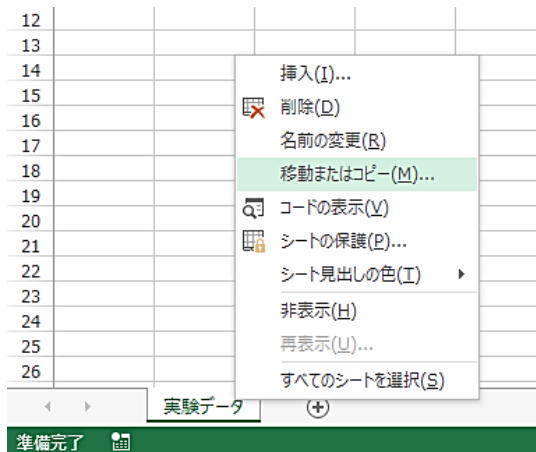


図 2-9

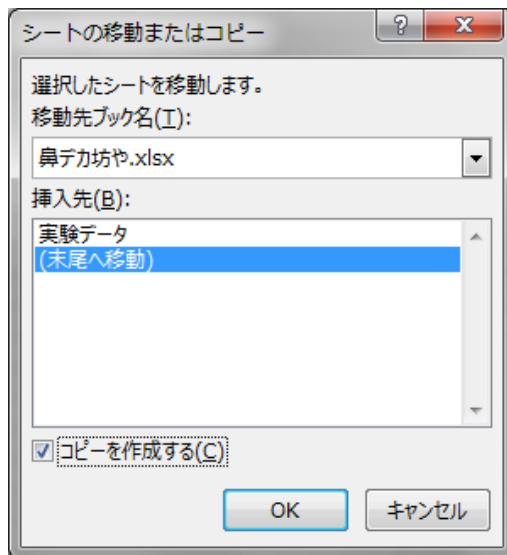


図 2-10

複製シートを作る

この〔実験データ〕のシートは加工で誤って触らないように、グラフを描くときは、複製シートを作って作業をしていきます。

複製シートの作り方は、図 2-9 のようにまず「実験データ」と書かれたシートのタブを右クリックして、「移動またはコピー」を選んで左クリックします。

すると図 2-10 のようなダイアログが出てきますので「コピーを作成する」にチェックを入れて、「(末尾へ移動)」を選んで「OK」を押します。新しいシートが「実験データ (2)」という名前で登場します。

最後に、このシートの名前を「グラフ1」としておきます。

グラフを作る

この〔実験データ〕の全体を図 2-11 のようにドラッグしてみてください。この実験データが何を言っているのか、見ただけではさっぱりわかりません。とにかくグラフを作ってみることにします。

| 台の振動数r [Hz] | 1回目 | 2回目 | 3回目 | 4回目 | 5回目 | 6回目 | 7回目 | 8回目 | 9回目 | 10回目 |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 10 | 1.20 | 1.05 | 1.25 | 1.25 | 1.30 | 1.30 | 1.50 | 1.25 | 1.10 | 1.20 |
| 11 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.90 | 1.20 | 1.30 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 1.00 |
| 12 | 1.00 | 1.05 | 0.80 | 0.80 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 0.95 | 1.00 |
| 13 | 1.30 | 1.20 | 1.00 | 0.90 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.10 |
| 14 | 2.30 | 1.50 | 1.50 | 1.20 | 1.20 | 1.10 | 1.25 | 1.00 | 2.00 | 1.20 |
| 15 | 1.50 | 2.06 | 2.00 | 1.80 | 1.80 | 2.10 | 1.75 | 2.50 | 1.50 | 1.90 |
| 16 | 1.10 | 1.25 | 1.00 | 1.40 | 1.20 | 1.20 | 1.20 | 1.25 | 1.00 | 1.10 |
| 17 | 0.75 | 0.90 | 0.70 | 0.90 | 0.70 | 0.70 | 0.90 | 0.90 | 0.65 | 0.70 |
| 18 | 0.40 | 0.40 | 0.25 | 0.40 | 0.20 | 0.30 | 0.50 | 0.50 | 0.40 | 0.30 |
| 19 | 0.20 | 0.25 | 0.20 | 0.10 | 0.20 | 0.25 | 0.30 | 0.25 | 0.20 | 0.20 |
| 20 | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 0.05 | 0.10 | 0.25 | 0.20 | 0.20 |

図 2-11



図 2-12

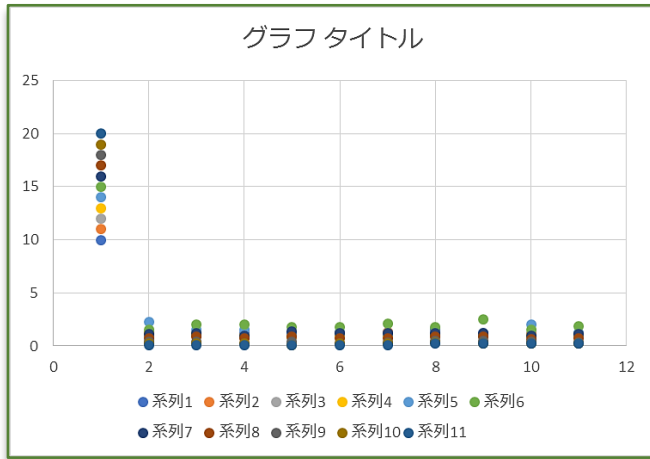


図 2-13



図 2-14

ドラッグしたら上のリボンから挿入のタグを選び、そのなかのグラフから散布図を選び、図 2-12 に示すプロット図を選ぶと、図 2-13 のようなグラフになります。「なんじゃこら！（大福）」とつぶやきましたか？

確かに変なグラフです。ここであせってはいけません。よく見て何が起きているか見てみましょう。

どうも縦軸が台の振動数、横軸が各回の実験ごとの変動量が Hz 単位として間違っていて並んでいます。これでは意味がありません。

ここでどんなグラフにしたいか考えます。縦軸が変動量、横軸が台の振動数だとすると、台の振動状態が変化すると、鼻デカ坊やの変動がどうなったか分かるようなグラフになりそうです。つまり、行（横方向）と列（縦方向）とを入れ替える必要がありそうです。

でもどうやればいいのでしょうか。まず横軸を台の振動数にするということは、はじめのグラフの縦軸を横軸にするということです。こんなとき、Excel には秘密兵器があります。グラフの空いているところを左クリックすると、グラフの境界の部分に 8 箇所の子角いマークが出てきて境界が二重線になります。これを「グラフをアクティブにした」といいます。そのとき上のメニュー（リボン）に「グラフツール」が出てきますので、この「デザイン」を選びます。

するとその中に図 2-14 のようにデータの「行/列の切り替え」というのがありますので、そこを左クリックします。

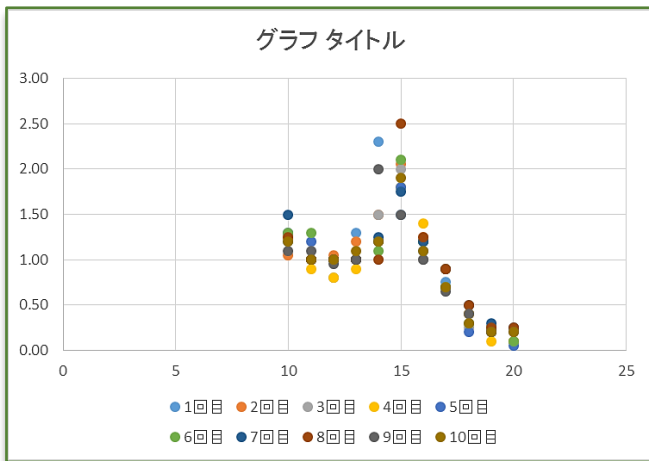


図 2-15

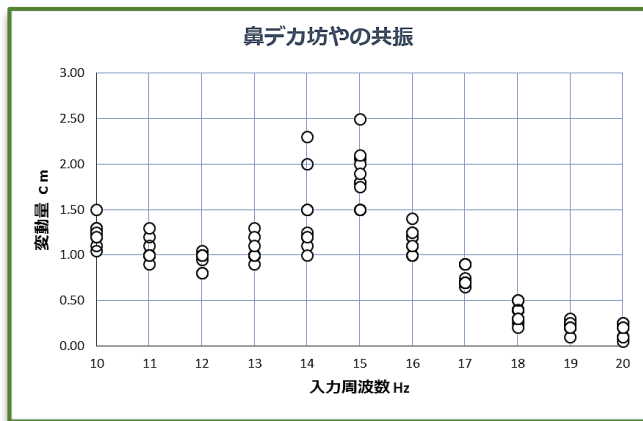


図 2-16

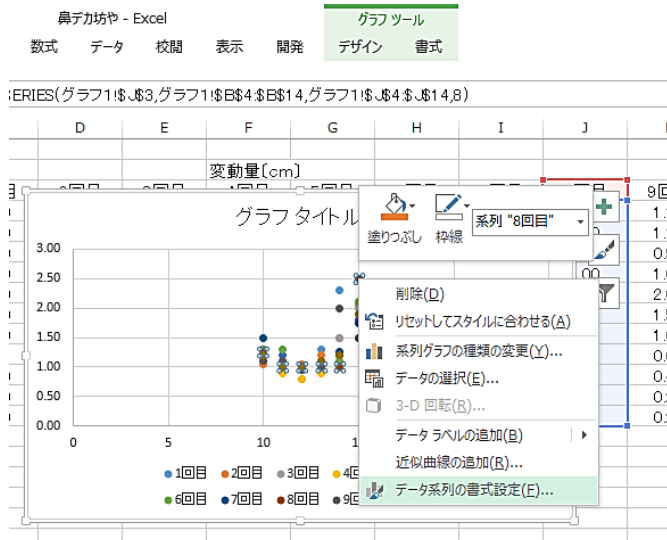


図 2-17

グラフの改良

今度は、ちょっと見えそうなグラフが出てきました。縦軸が変動量を表しているようです。また横軸は台の振動数を表しているそうですね。

この図 2-15 のグラフを、改良していったら図 2-16 のようなグラフまで持ってくると、一つのグラフとして使えるものになります。さあ、これまでの技術を使って図 2-16 まで持っていきますか。

Q なぜ色がついていないんですか。
 A このグラフは、台の振動数ごとに10回ずつ測定しています。1回の測定でどの程度の変動があったかを実験したものです。回ごとの各振動数に対する変動は独立していると考えられます。したがって色で実験の回数ごとに色分けする意味はありません。それより、各台の振動数ごとの変動の「ばらつき(散らばり)」が大変重要なのです。

それでは皆さんの力で、図 2-16 の形にグラフを持っていきましょう。

一つだけアドバイスします。グラフの丸い点を白抜きの黒丸にする方法です。

まずグラフの一つの○を右クリックします。すると図 2-17 のようなメニューが出ます。そこで「データ系列の書式設定」を選択し左クリックします。



図 2-18

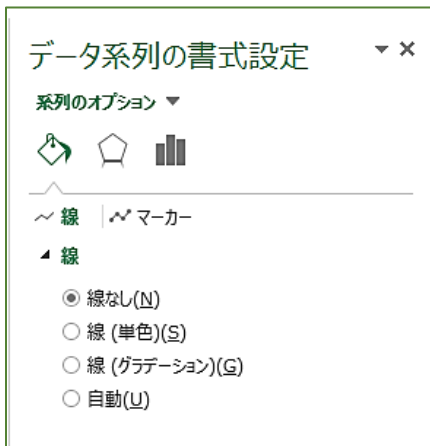
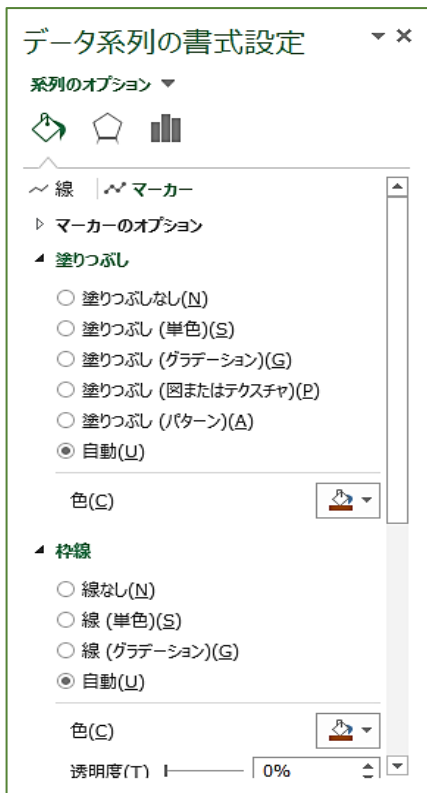


図 2-19



すると図 2-18 のようなメニューが右側に出てきます。

この中のペンキがこぼれているマークはグラフの点の形をデザインできることを意味しています。

ペンキのマークを左クリックすると図 2-19 のようなメニューになります。ここでは「線」だけが下に出ていますが「点 (マーカー)」を変えたいので、「マーカー」を左クリックします。

ついでに「マーカーのオプション」も左クリックして、下の図 2-20 で示すように、矢印のように設定していくと、白抜きで黒い線の丸にすることができます。10 回同じ動作をする必要がありますが…。



データ系列の書式設定

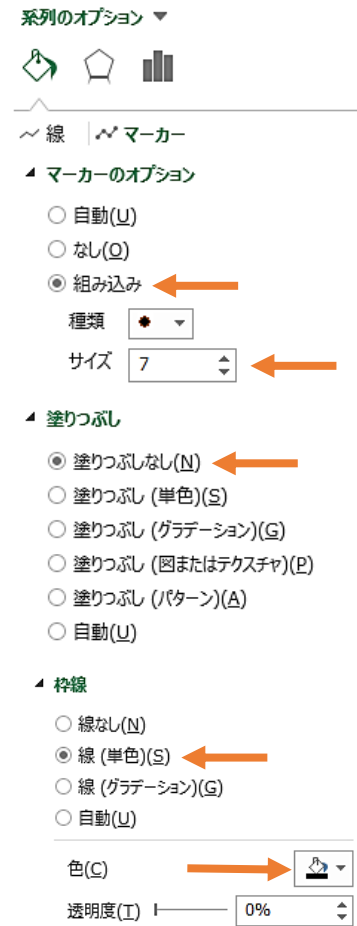


図 2-20

グラフ作成技術 1

与えられた実験データ図 2-4 から図 2-16 に示されたグラフ 1 を作成することができる

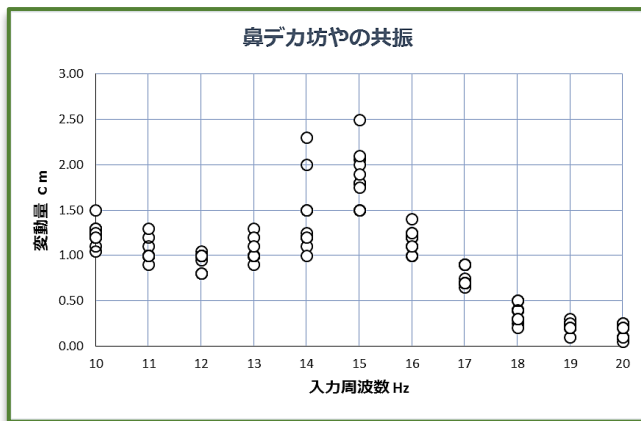


図 2-16 グラフ 1

平均値とばらつき

この図 2-16 のようなグラフもよく論文に使われます。このグラフのすぐれているところはどこにあるのでしょうか。

君たちが知識なしにグラフを描こうとすると、おそらく 10 回分のデータの平均を取ってそれをグラフ化する人が多いのではないのでしょうか。平均値はもちろん重要ですが、それと同じぐらい重要なのは、データの「ばらつき」「散らばり具合」なのです。

このグラフは例えば 12Hz ではあまりデータがばらついていませんが、14Hz や 15Hz ではかなりばらつきが多くなっています。平均を取ってしまうと、この「散らばり具合」の情報がなくなってしまうのです。

実は、この「鼻デカ坊やの実験」では、鼻デカ坊やが持っている固有の振動数と台の振動数が近いと、大きく振動することが知られています。これを「共振」と呼んでいます。つまり、この「鼻デカ坊や」の持ち主は、地震の振動数を「共振」によって発見したといえるのです。

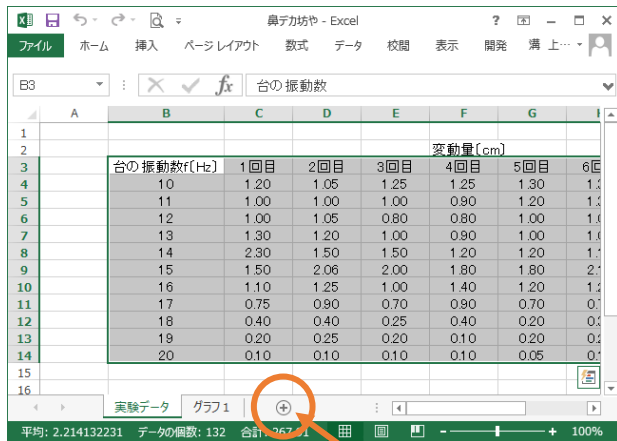
左は、科学論文誌 nature に掲載された論文のグラフの例です。これも同じ方法を使って表現していますね。

つまりデータ処理とグラフ化には、「平均値」と「散らばり具合」をどう表していくかという知識が必要なのです。

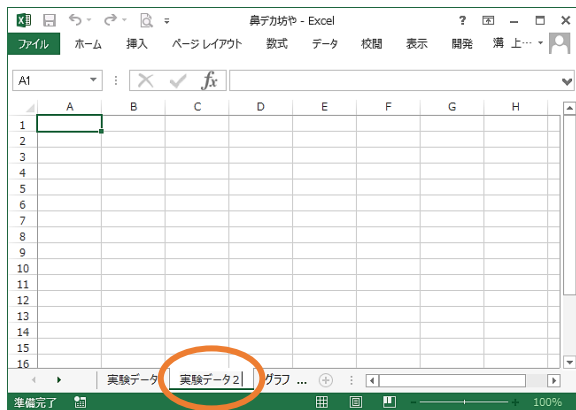
この方法は図 2-16 のようなやり方以外にもいろいろありますので、次は、その方法を学んでいきましょう。

データ表の改良

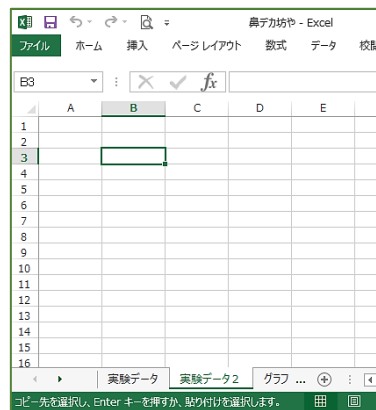
新しいグラフの作成に入る前に、データの並びが縦と横が逆になっていた原本を、行と列を入れ替えることにします。シート「実験データ」の右に「実験データ2」という名の何も書いていないシートを準備します。そして図の流れに沿って「実験データ2」に行と列の入れ替わったデータ表を準備します。



「実験データ」のシートを画面に出しておいてここを左クリック。



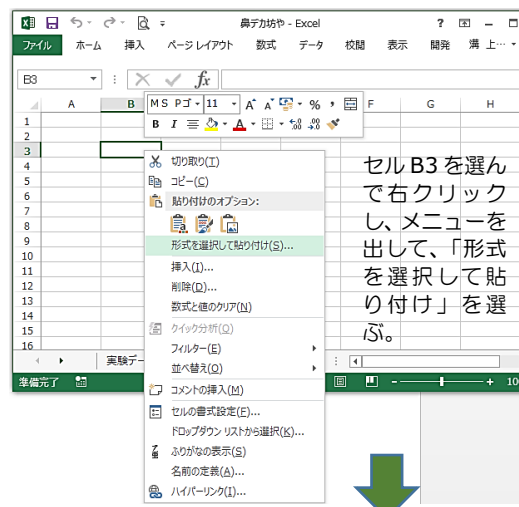
追加された新しいシート名を「実験データ2」と変更。



再び「実験データ2」を出して…。

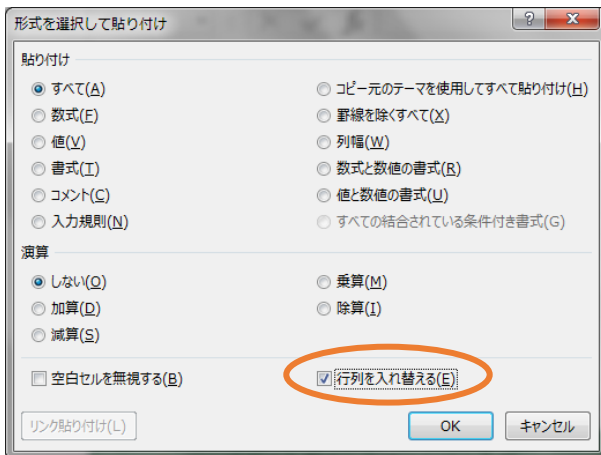


シート「実験データ」をドラッグ。ドラッグの中で右クリックして「コピー」を選択



すると…。(次ページに続く)

図 2-21 (その1)



出てきたダイアログボックスの右下の「行と列を入れ替える」にチェックを入れて「OK」を左クリック



すると行と列が入れ替わって張り付きます。



図 2-21 (その2)

データの平均値

図 2-21 (その 2) までで行と列が入れ替わった新しいデータ表ができました。この後は、この「実験データ 2」を使って新しいグラフの作成をしていきます。

今度は皆さんも良く知っている「平均値」を出してみましょう。「実験データ 2」のシートのタブを右クリックして、「移動またはコピー」を選んで、コピーしたシートを作り、そのシートの名前を「グラフ 2」としておきます。この方法は、図 2-9 から後の「複製シートを作る」にありますので、参考にしてください。

| | B | C | D | E |
|----|------|------------------|------|------|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | 実験回数 | 10 | 11 | 12 |
| 4 | 1回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 |
| 5 | 2回目 | 1.05 | 1.00 | 1.05 |
| 6 | 3回目 | 1.25 | 1.00 | 0.80 |
| 7 | 4回目 | 1.25 | 0.90 | 0.80 |
| 8 | 5回目 | 1.30 | 1.20 | 1.00 |
| 9 | 6回目 | 1.30 | 1.30 | 1.00 |
| 10 | 7回目 | 1.50 | 1.00 | 1.00 |
| 11 | 8回目 | 1.25 | 1.00 | 1.00 |
| 12 | 9回目 | 1.10 | 1.10 | 0.95 |
| 13 | 10回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 |
| 14 | 平均 | =AVERAGE(C4:C13) | | |
| 15 | | | | |
| 16 | | | | |
| 17 | | | | |

図 2-22

| | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | |
| 3 | 実験回数 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 4 | 1回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.30 | 2.30 | 1.50 | 1.10 | 0.75 | 0.40 | 0.20 |
| 5 | 2回目 | 1.05 | 1.00 | 1.05 | 1.20 | 1.50 | 2.06 | 1.25 | 0.90 | 0.40 | 0.25 |
| 6 | 3回目 | 1.25 | 1.00 | 0.80 | 1.00 | 1.50 | 2.00 | 1.00 | 0.70 | 0.25 | 0.20 |
| 7 | 4回目 | 1.25 | 0.90 | 0.80 | 0.90 | 1.20 | 1.80 | 1.40 | 0.90 | 0.40 | 0.10 |
| 8 | 5回目 | 1.30 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.20 | 1.80 | 1.20 | 0.70 | 0.20 | 0.20 |
| 9 | 6回目 | 1.30 | 1.30 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 2.10 | 1.20 | 0.70 | 0.30 | 0.25 |
| 10 | 7回目 | 1.50 | 1.00 | 1.00 | 1.25 | 1.75 | 1.20 | 0.90 | 0.50 | 0.30 | |
| 11 | 8回目 | 1.25 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 2.50 | 1.25 | 0.90 | 0.50 | 0.25 | |
| 12 | 9回目 | 1.10 | 1.10 | 0.95 | 1.00 | 2.00 | 1.50 | 1.00 | 0.65 | 0.40 | 0.20 |
| 13 | 10回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 1.20 | 1.90 | 1.10 | 0.70 | 0.30 | 0.20 |
| 14 | 平均 | 1.24 | 1.05 | 0.96 | 1.05 | 1.43 | 1.89 | 1.17 | 0.78 | 0.37 | 0.22 |
| 15 | | | | | | | | | | | |

図 2-23

さて左の図 2-22 を見てください。「グラフ 2」というシートを使って「平均値」を計算させましょう。図 2-22 のようにセル B14 に「平均値」と書き、文字を半角にした後(右上の半/全のキーを押します)セル C14 に

=AVERAGE (

と書いてセル C4 から C13 までドラッグします。すると自動的に

=AVERAGE (C4 : C13

となるのであと返し括弧をつけて =AVERAGE (C4 : C13)

とした後、ENTER キーを押すとデータの平均値が現れます。後はセル C14 を M14 まで「フィルハンドル」すればすべての台の振動数に対応した「鼻デカ坊や」の変動の平均値 [cm] が図 2-23 のように出てきます。

この平均値をグラフ化してみましょう。

図 2-24 のように「CTRL」キーを押しながらセル C3 から M3 (これらが x 座標)、そして C14 から M14 まで (これらが y 座標) ドラッグします。そして「挿入」タブからグラフの「散布図」の「プロット図」を選びグラフの概形を出します。その後、加工して次のページの図 2-25 のようなグラフまでもって行きます。

このやり方は、「斜方投射」で横軸

| | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 実験回数 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 4 | 1回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.30 | 2.30 | 1.50 | 1.10 | 0.75 | 0.40 | 0.20 | 0.10 |
| 5 | 2回目 | 1.05 | 1.00 | 1.05 | 1.20 | 1.50 | 2.06 | 1.25 | 0.90 | 0.40 | 0.25 | 0.10 |
| 6 | 3回目 | 1.25 | 1.00 | 0.80 | 1.00 | 1.50 | 2.00 | 1.00 | 0.70 | 0.25 | 0.20 | 0.10 |
| 7 | 4回目 | 1.25 | 0.90 | 0.80 | 0.90 | 1.20 | 1.80 | 1.40 | 0.90 | 0.40 | 0.10 | 0.10 |
| 8 | 5回目 | 1.30 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.20 | 1.80 | 1.20 | 0.70 | 0.20 | 0.20 | 0.05 |
| 9 | 6回目 | 1.30 | 1.30 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 2.10 | 1.20 | 0.70 | 0.30 | 0.25 | 0.10 |
| 10 | 7回目 | 1.50 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.25 | 1.75 | 1.20 | 0.90 | 0.50 | 0.30 | 0.25 |
| 11 | 8回目 | 1.25 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 2.50 | 1.25 | 1.25 | 0.90 | 0.50 | 0.25 | 0.25 |
| 12 | 9回目 | 1.10 | 1.10 | 0.95 | 1.00 | 2.00 | 1.50 | 1.00 | 0.65 | 0.40 | 0.20 | 0.20 |
| 13 | 10回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 1.20 | 1.90 | 1.10 | 0.70 | 0.30 | 0.20 | 0.20 |
| 14 | 平均 | 1.24 | 1.05 | 0.96 | 1.05 | 1.43 | 1.89 | 1.17 | 0.78 | 0.37 | 0.22 | 0.15 |
| 15 | | | | | | | | | | | | |

図 2-24

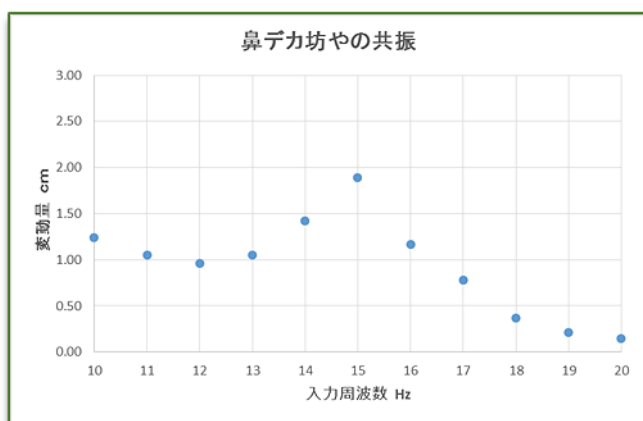


図 2-25

x のデータと縦軸 y のデータの集まりを選んで「挿入」のグラフ「散布図」の「ライン」を選びましたね。あれと同じことです。それでは皆さん、頑張って図 2-25 のようなグラフを作ってください。

データの散らばり

このグラフに、データの散らばり具合を加えていきたいと思います。図 2-26 を順番にまず見ていってください。

| | B | C | D |
|----|---------|--------------|------|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | 実験回数 | 10 | 11 |
| 4 | 1回目 | 1.20 | 1.00 |
| 5 | 2回目 | 1.05 | 1.00 |
| 6 | 3回目 | 1.25 | 1.00 |
| 7 | 4回目 | 1.25 | 0.90 |
| 8 | 5回目 | 1.30 | 1.20 |
| 9 | 6回目 | 1.30 | 1.30 |
| 10 | 7回目 | 1.50 | 1.00 |
| 11 | 8回目 | 1.25 | 1.00 |
| 12 | 9回目 | 1.10 | 1.10 |
| 13 | 10回目 | 1.20 | 1.00 |
| 14 | 平均 | 1.24 | 1.05 |
| 15 | 最大値 | =MAX(C4:C13) | |
| 16 | 最小値 | | |
| 17 | 誤差(正方向) | | |
| 18 | 誤差(負方向) | | |

↓

| | B | C | D |
|----|---------|--------------|------|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | 実験回数 | 10 | 11 |
| 4 | 1回目 | 1.20 | 1.00 |
| 5 | 2回目 | 1.05 | 1.00 |
| 6 | 3回目 | 1.25 | 1.00 |
| 7 | 4回目 | 1.25 | 0.90 |
| 8 | 5回目 | 1.30 | 1.20 |
| 9 | 6回目 | 1.30 | 1.30 |
| 10 | 7回目 | 1.50 | 1.00 |
| 11 | 8回目 | 1.25 | 1.00 |
| 12 | 9回目 | 1.10 | 1.10 |
| 13 | 10回目 | 1.20 | 1.00 |
| 14 | 平均 | 1.24 | 1.05 |
| 15 | 最大値 | 1.50 | 1.30 |
| 16 | 最小値 | =MIN(C4:C13) | |
| 17 | 誤差(正方向) | | |
| 18 | 誤差(負方向) | | |

↓

| | B | C | D |
|----|---------|----------|------|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | 実験回数 | 10 | 11 |
| 4 | 1回目 | 1.20 | 1.00 |
| 5 | 2回目 | 1.05 | 1.00 |
| 6 | 3回目 | 1.25 | 1.00 |
| 7 | 4回目 | 1.25 | 0.90 |
| 8 | 5回目 | 1.30 | 1.20 |
| 9 | 6回目 | 1.30 | 1.30 |
| 10 | 7回目 | 1.50 | 1.00 |
| 11 | 8回目 | 1.25 | 1.00 |
| 12 | 9回目 | 1.10 | 1.10 |
| 13 | 10回目 | 1.20 | 1.00 |
| 14 | 平均 | 1.24 | 1.05 |
| 15 | 最大値 | 1.50 | 1.30 |
| 16 | 最小値 | 1.05 | 0.90 |
| 17 | 誤差(正方向) | 0.26 | 0.25 |
| 18 | 誤差(負方向) | =C14-C16 | |

図 2-26

| | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | |
|----|---------|------|------|------|-----------|------|------|------|------|------|------|------|---|--|
| 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | 台の振動数[Hz] | | | | | | | | | |
| 3 | 実験回数 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | | |
| 4 | 1回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.30 | 2.30 | 1.50 | 1.10 | 0.75 | 0.40 | 0.20 | 0.10 | | |
| 5 | 2回目 | 1.05 | 1.00 | 1.05 | 1.20 | 1.50 | 2.06 | 1.25 | 0.90 | 0.40 | 0.25 | 0.10 | | |
| 6 | 3回目 | 1.25 | 1.00 | 0.80 | 1.00 | 1.50 | 2.00 | 1.00 | 0.70 | 0.25 | 0.20 | 0.10 | | |
| 7 | 4回目 | 1.25 | 0.90 | 0.80 | 0.90 | 1.20 | 1.80 | 1.40 | 0.90 | 0.40 | 0.10 | 0.10 | | |
| 8 | 5回目 | 1.30 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.20 | 1.80 | 1.20 | 0.70 | 0.20 | 0.20 | 0.05 | | |
| 9 | 6回目 | 1.30 | 1.30 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 2.10 | 1.20 | 0.70 | 0.30 | 0.25 | 0.10 | | |
| 10 | 7回目 | 1.50 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.25 | 1.75 | 1.20 | 0.90 | 0.50 | 0.30 | 0.25 | | |
| 11 | 8回目 | 1.25 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 2.50 | 1.25 | 0.90 | 0.50 | 0.25 | 0.25 | | |
| 12 | 9回目 | 1.10 | 1.10 | 0.95 | 1.00 | 2.00 | 1.50 | 1.00 | 0.65 | 0.40 | 0.20 | 0.20 | | |
| 13 | 10回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 1.20 | 1.90 | 1.10 | 0.70 | 0.30 | 0.20 | 0.20 | | |
| 14 | 平均 | 1.24 | 1.05 | 0.96 | 1.05 | 1.43 | 1.89 | 1.17 | 0.78 | 0.37 | 0.22 | 0.15 | | |
| 15 | 最大値 | 1.50 | 1.30 | 1.05 | 1.30 | 2.30 | 2.50 | 1.40 | 0.90 | 0.50 | 0.30 | 0.25 | | |
| 16 | 最小値 | 1.05 | 0.90 | 0.80 | 0.90 | 1.00 | 1.50 | 1.00 | 0.65 | 0.20 | 0.10 | 0.05 | | |
| 17 | 誤差(正方向) | 0.26 | 0.25 | 0.09 | 0.25 | 0.88 | 0.61 | 0.23 | 0.12 | 0.14 | 0.09 | 0.11 | | |
| 18 | 誤差(負方向) | 0.19 | 0.15 | 0.16 | 0.15 | 0.43 | 0.39 | 0.17 | 0.13 | 0.17 | 0.12 | 0.10 | | |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | |

図 2-27

Mac ユーザーの君へ

Mac は素敵なパソコンですが、このテキストは Windows を使っている人を対象につくられています。不便でしょうが、Mac を持っている人同士で情報を交換し合ってください。

Mac での誤差を表す方法

例えば P58 のグラフの誤差を挿入する時には、グラフの「デザイン」タブをクリックして「グラフ要素を追加」で「誤差範囲」を選ぶと誤差の表現がこのテキストと全く同じにできます。「誤差範囲」の中のメニューをいろいろ開いてみてください。

CTRL を押しながらの操作法

Mac はキーボード配列が違うために、例えば CTRL(コントロール)キーを押しながらセルを選択するようときは、

Command + Control
という風に、コマンドキーとコントロールキーを同時に押せば Windows と同じになります。

図 2-26 は、各振動数ごとに 10 回の測定をした平均値と最大値、最小値、誤差(正方向)、誤差(負方向)ができるようにセルに計算式を書く方法を示したものです。詳しく説明しましょう。

最大値 MAX(セルの範囲)

例えばセル C15 に `=MAX(C4, C13)` と書くとセルの C4 から C13 までのデータのうち最大値を C15 のセルに返してくれます。

最小値 MIN(セルの範囲)

例えばセル C16 に `=MIN(C4, C13)` と書くとセルの C4 から C13 までのデータのうち最小値を C15 のセルに返してくれます。

誤差(正の方向)というのは 最大値—平均値 の値

誤差(負の方向)というのは 平均値—最小値 の値

つまりデータの平均値からのばらつきの幅を数値にしたものです。

このようにセルの中に計算式を作ったら、それを右にフィルハンドルして、図 2-27 のようなデータ表を完成させてください。これらの値を使うと、次のページの図 2-28 のような平均値とデータの散らばり具合を同時に示したグラフが描けます。研究をしている人は、図 2-28 のようなグラフを見たら「これは信頼のおけそうな研究だな」と思うのです。それでは、このグラフに挑戦していきましょう。

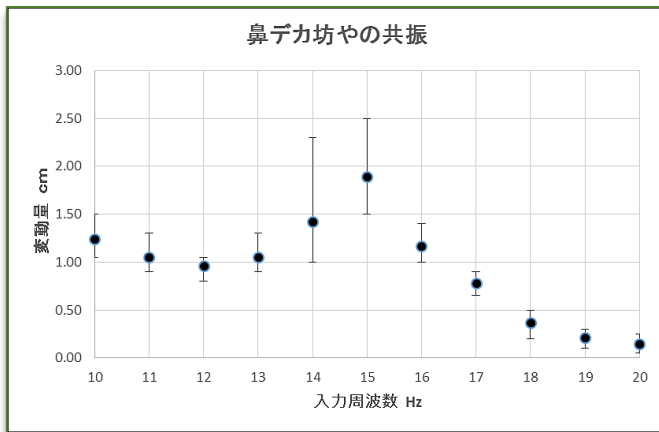


図 2-28

左の図 2-28 のグラフを見てください。これが、**グラフ 2**で目標とするグラフの表現です。**データのばらつきが線**で表現されていますね。それではこのグラフのつくり方を図 2-29 に沿ってやっていきましょう。

— 最大値
● 平均値
— 最小値

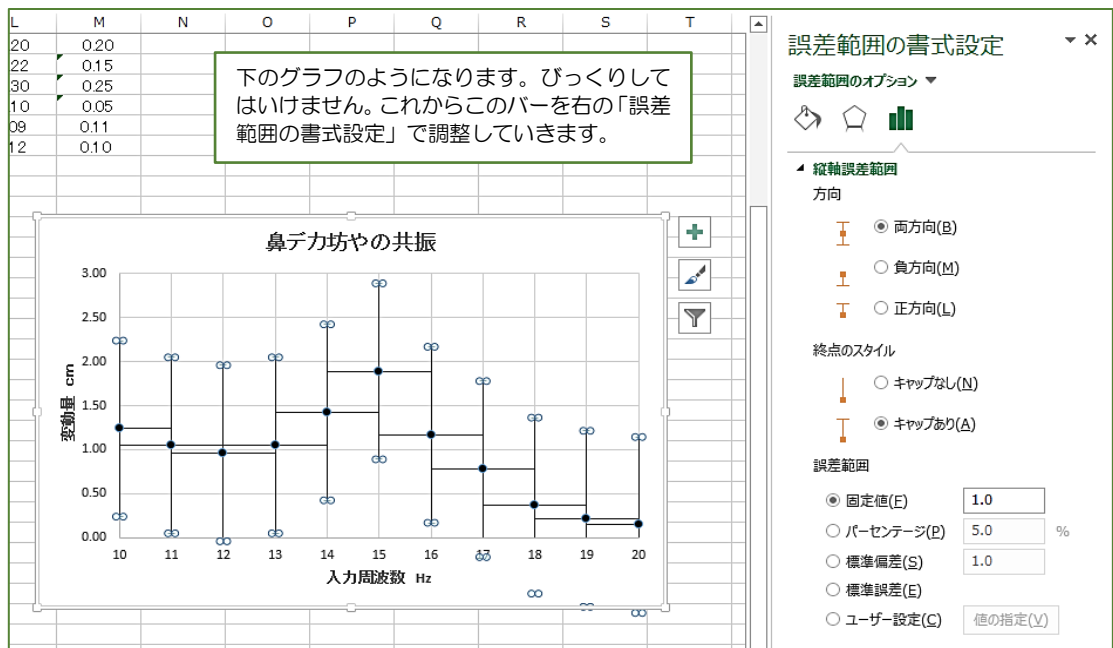
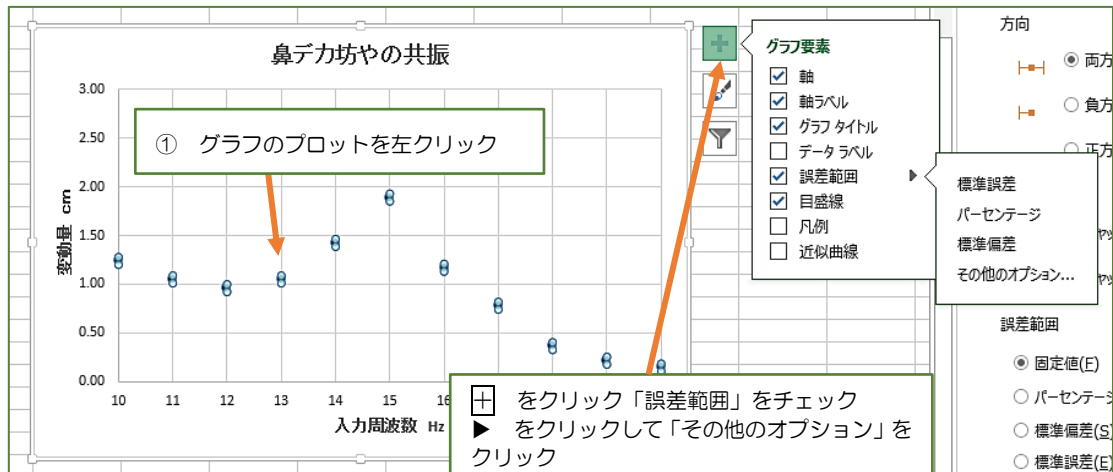
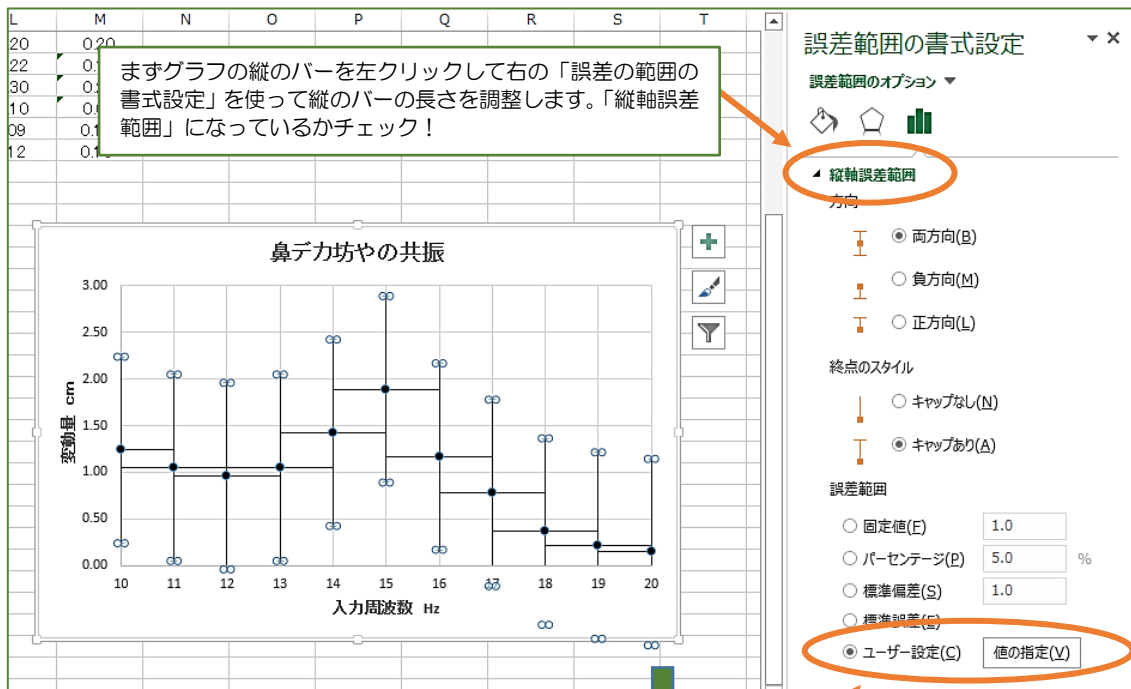


図 2-29 (その 1)



まずグラフの縦のバーを左クリックして右の「誤差の範囲の書式設定」を使って縦のバーの長さを調整します。「縦軸誤差範囲」になっているかチェック！

誤差範囲の書式設定

誤差範囲のオプション

縦軸誤差範囲

方向

- 両方向(B)
- 負方向(M)
- 正方向(L)

終点のスタイル

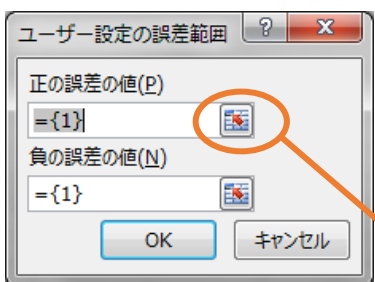
- キャップなし(N)
- キャップあり(A)

誤差範囲

- 固定値(E) 1.0
- パーセンテージ(P) 5.0 %
- 標準偏差(S) 1.0
- 標準誤差(E)
- ユーザー設定(C) 値の指定(Y)

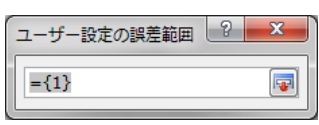
「方向」 両方向
 「終点のスタイル」 キャップあり
 「誤差範囲」は「ユーザー設定」を●にして「値の設定」をクリック

するとこんなダイアログが出てくる。



ここを左クリックしてまず正方向の最大値を設定

するとこんなダイアログが出てくるので…。

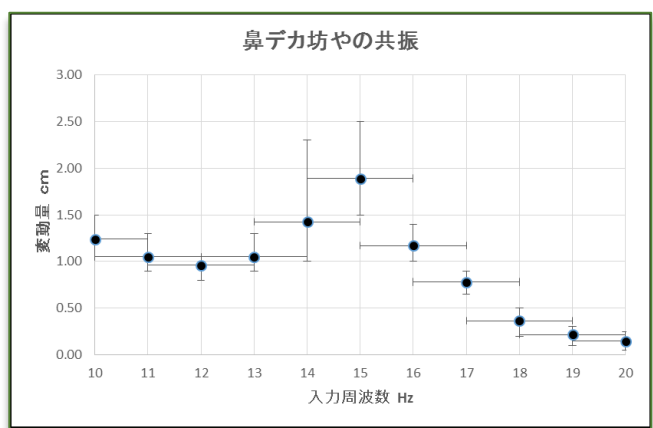
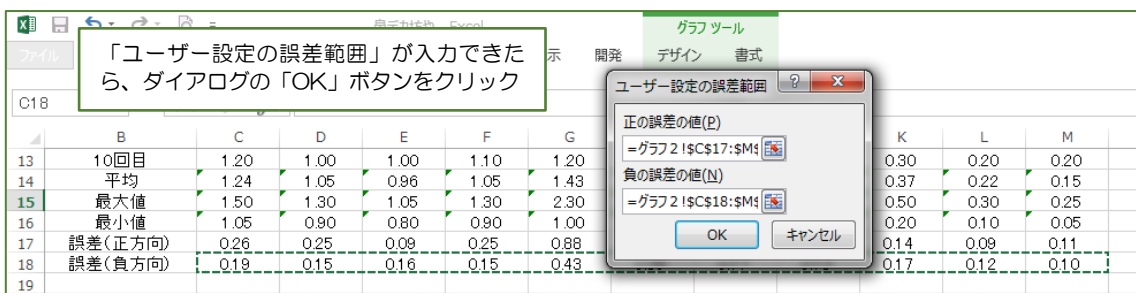
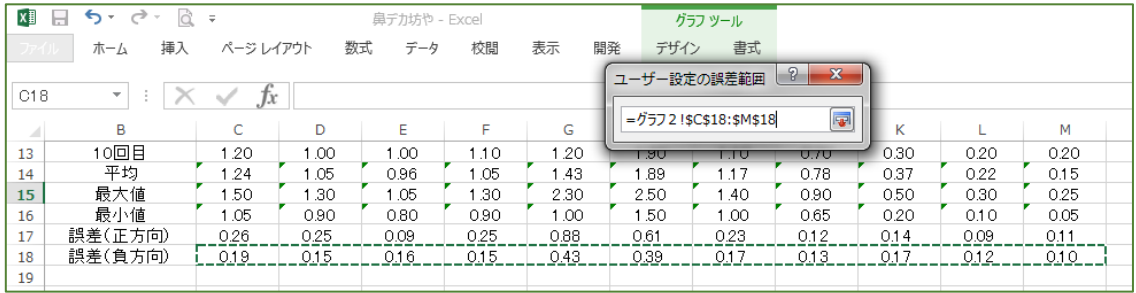


データ表の「誤差(正方向)」のデータを図の範囲までセルC17からM17まで右にドラッグすると、ダイアログの中にこの範囲が入る。入れたら丸で囲んだところを左クリック

| | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---------|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 10回目 | | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 1.20 | 1.30 | 1.10 | 1.10 | 1.10 | 1.10 | 1.10 |
| 平均 | | 1.24 | 1.05 | 0.96 | 1.05 | 1.43 | 1.89 | 1.17 | 0.78 | 0.37 | 0.22 | 0.15 |
| 最大値 | | 1.50 | 1.30 | 1.05 | 1.30 | 2.30 | 2.50 | 1.40 | 0.90 | 0.50 | 0.30 | 0.25 |
| 最小値 | | 1.05 | 0.90 | 0.80 | 0.90 | 1.00 | 1.50 | 1.00 | 0.65 | 0.20 | 0.10 | 0.05 |
| 誤差(正方向) | | 0.26 | 0.25 | 0.09 | 0.25 | 0.88 | 0.61 | 0.23 | 0.12 | 0.14 | 0.09 | 0.11 |
| 誤差(負方向) | | 0.19 | 0.15 | 0.16 | 0.15 | 0.43 | 0.39 | 0.17 | 0.13 | 0.17 | 0.12 | 0.10 |

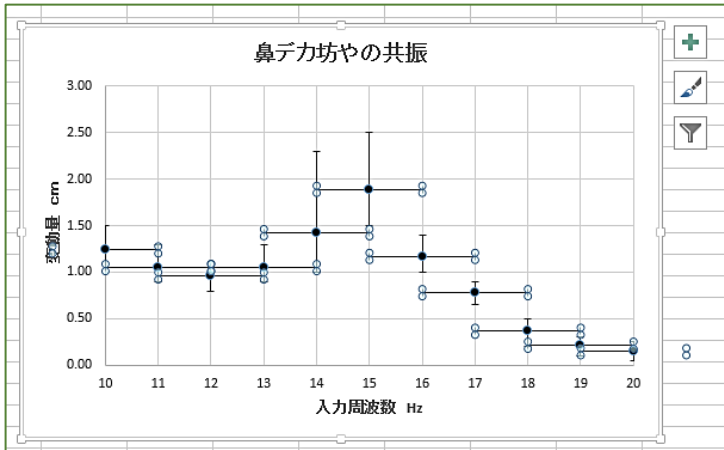
図 2-29 (その2)

同様に「負の誤差の値」も入れてやると…。



これで縦のバーが完成。次は横のバーです。

図 2-29 (その3)



今度は横のバー（エラーバーともいう）を右クリック。

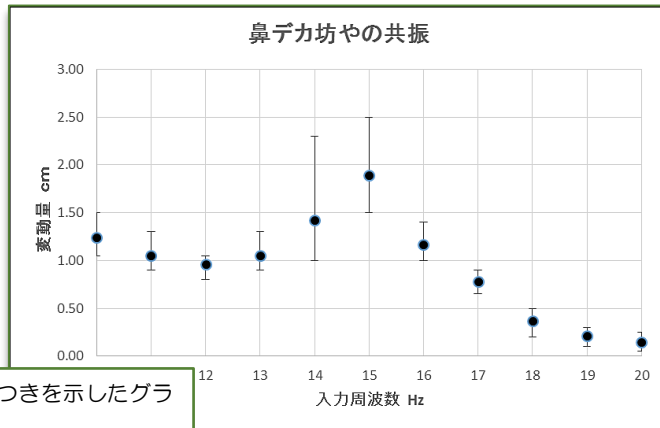


誤差範囲の書式設定

誤差範囲のオプション

- 横軸誤差範囲
 方向
 - 両方向(B)
 - 負方向(M)
 - 正方向(L)
- 終点のスタイル
 - キャップなし(N)
 - キャップあり(A)
- 誤差範囲
 - 固定値(F)
 - パーセンテージ(D) %
 - 標準偏差(S)
 - 標準誤差(E)
 - ユーザー設定(C)

「横軸誤差範囲」になっているか確認して（よく間違えます）
 横方向は誤差はないので、「誤差範囲」は
 固定値



これで縦方向にデータのばらつきを示したグラフが完成しました。

図 2-29 (その4)

グラフ作成技術 2

与えられた実験データ図 2-4 から図 2-28 に示されたグラフ 2 を作成することができる

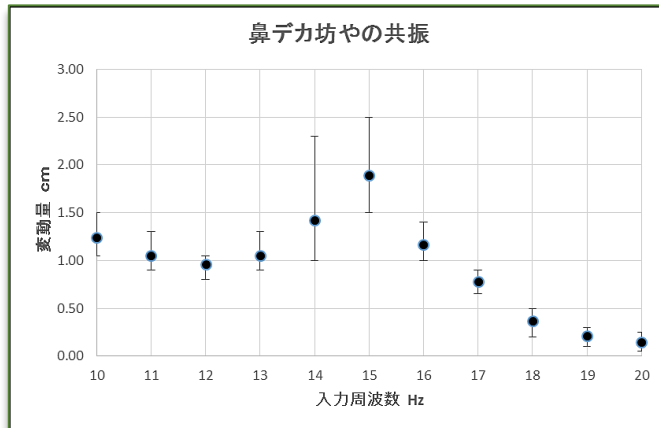


図 2-28 グラフ 2 (再掲)

図 2-28 のグラフを見てください。これが、**グラフ 2** での表現です。**データのばらつきが線**で表現されていますね。このような表現は、理数系の論文に数多く見受けられます。このエラーバー（誤差）の見積り方には、データが大変多くなると、統計的な**標準偏差**という散らばり方の**平均**を表す方法が使われますが、データが少ない場合は、「**最大値**」「**最小値**」で示す方が、説得力があります。**標準偏差**についてはまた機会があったら触れることにしましょう。(きみろんテキスト参照)

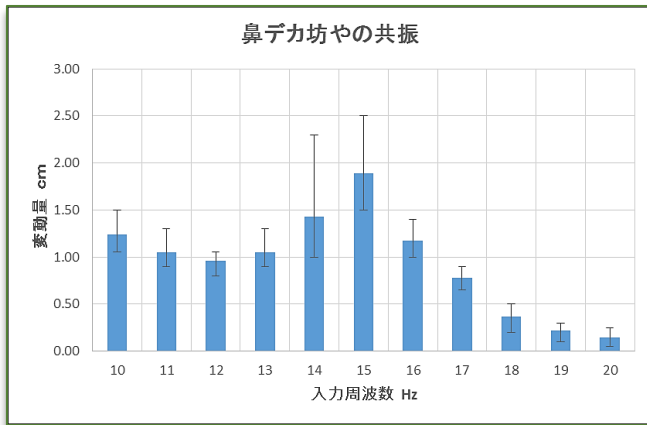


図 2-30 グラフ 3

グラフ作成技術 3

与えられた実験データ図 2-4 から図 2-30 に示されたグラフ 3 を作成することができる。

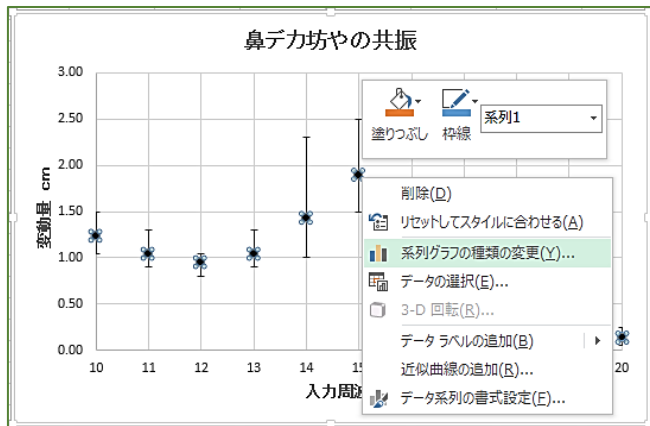


図 2-31

図 2-30 のグラフは、棒グラフですが頭に誤差の範囲が描かれています。このグラフもよく論文などで見かけるものです。

さっそく作ってみましょう。

まずシート「グラフ 2」のグラフ 2 とかかれた左下のタブを右クリックして「移動またはコピー」から「シートの移動またはコピー」のダイアログを出して「コピーを作成する」にチェックを入れ、「(末尾へ移動)」を選んで「OK」ボタンをクリックし、できたシートの名前を「グラフ 3」としてください。

この一連の作業は、もう慣れましたか。

さてシート「グラフ 3」のグラフの平均値のプロットのどれかを右クリックして図 2-31 のようなメニューを出して「系列グラフの種類の変更」を選ぶと図 2-32 のようなダイアログが出ます。ここで散布図から縦棒の棒グラフを選びます。

そして「OK」をクリックすると誤差のバー（エラーバー）のない棒グラフになります。せっかくエラーバーを作ったのに残念ですが、気を取り直して「グラフ 2」でやったばらっきの範囲が入ったグラフに改良し、図 2-30 のグラフを作ってください。

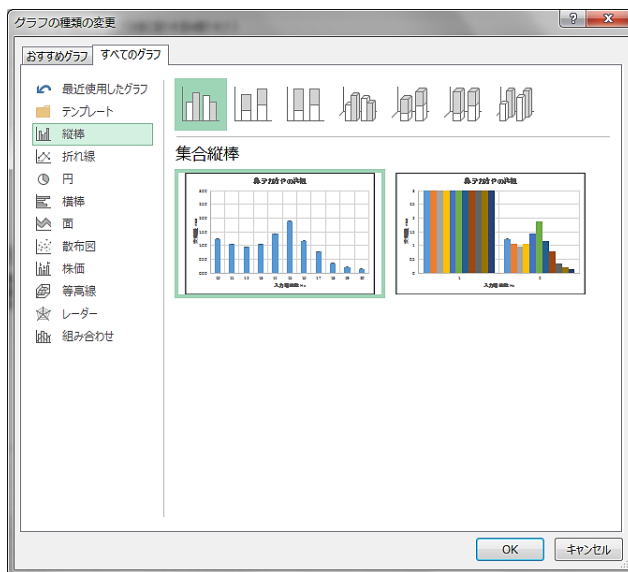


図 2-32

論文グラフの例

ここで、イギリスの科学誌 *nature* に掲載された論文のグラフの例を載せました。縦軸、横軸がどんな量なのか、単位は何なのか。もちろんグラフだけですから意味はよくわかりませんが、今練習しているグラフのスタイルが使われていることがよくわかると思います。

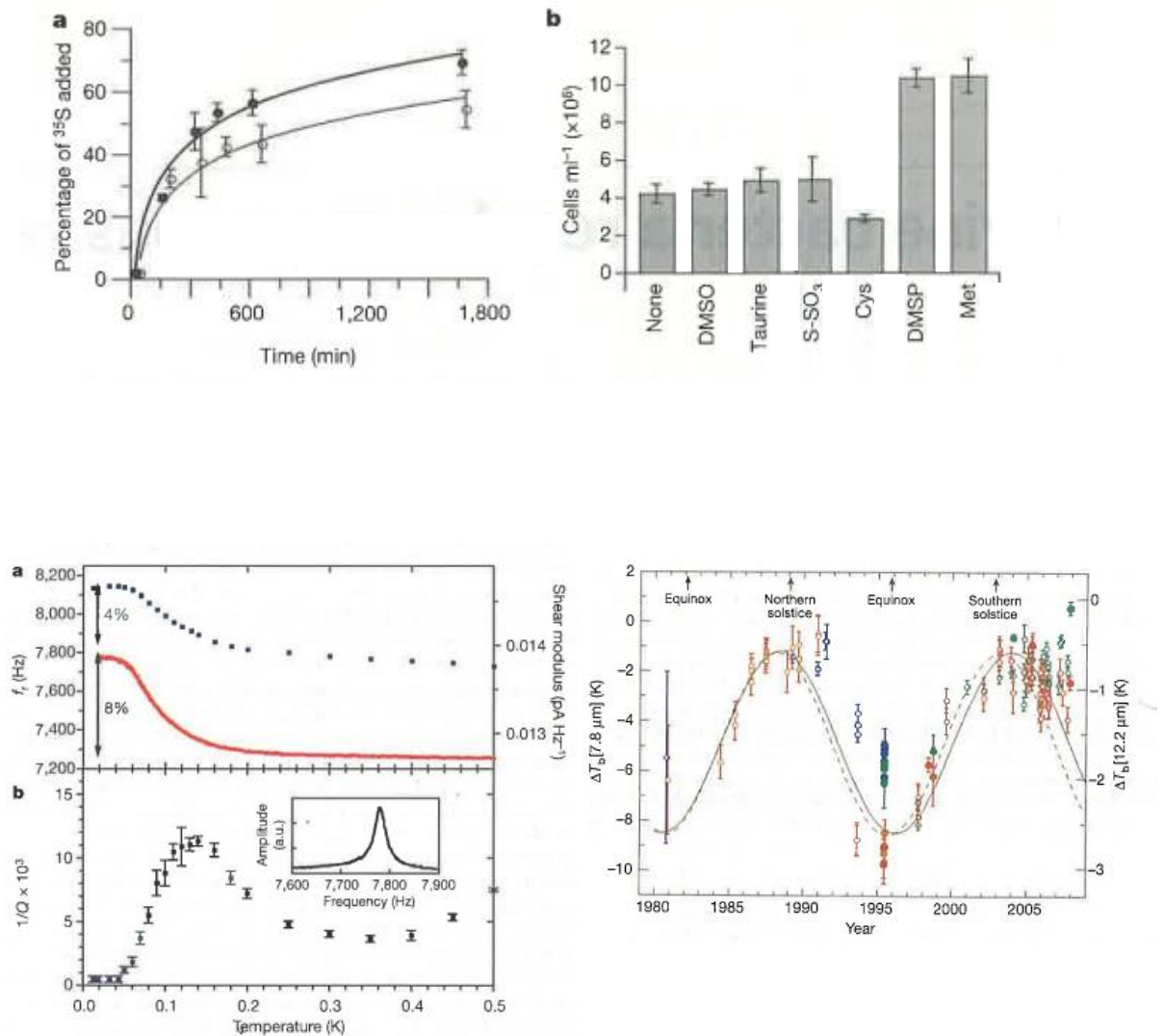


Figure 3 | Temperature dependence of acoustic resonance peak frequency f_r and dissipation $1/Q$ for the 33.3 bar sample. a, Resonance frequency (upper blue points, left axis) and, for comparison, shear modulus at 2,000 Hz (lower red curve, right axis). Vertical arrows are for scale, showing 4% and 8% changes in f_r and μ , respectively. **b,** Dissipation (calculated from the full-width at half-maximum of the peaks) corresponding to resonance data in **a**. Inset, typical resonance peak at 300 mK with a $Q \approx 250$. Error bars reflect the maximum and minimum peak widths consistent with the statistical noise in the voltage amplitude.

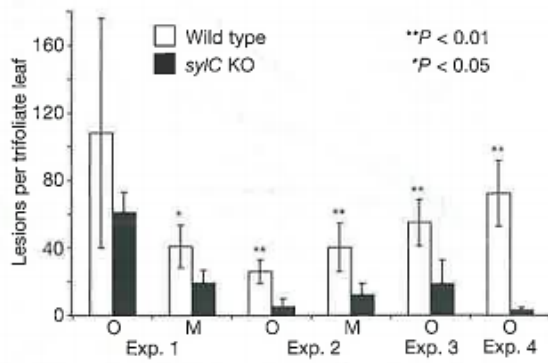
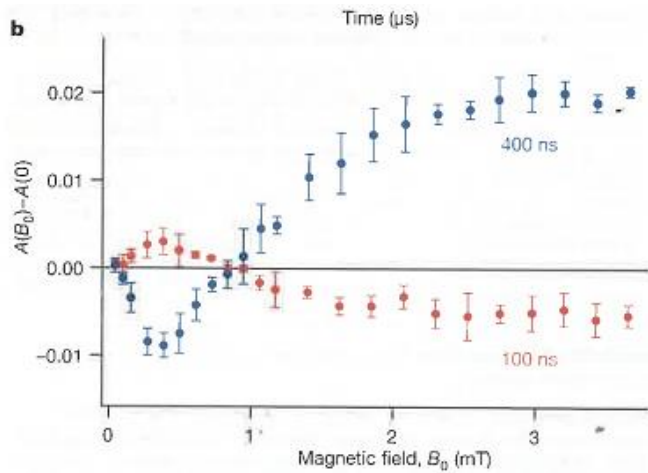
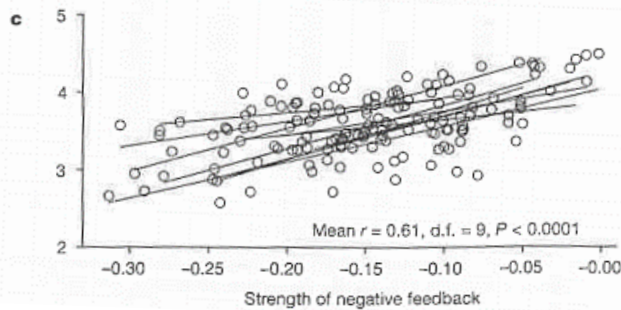
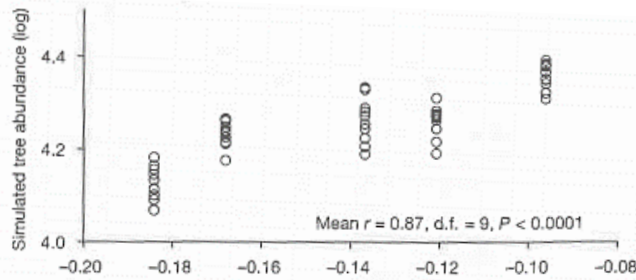


Figure 1 | Syringolin-negative mutant exhibits reduced virulence. Five pots per experiment (Exp), each with eight 18-day-old bean plants, were spray-inoculated with 10^5 cells per millilitre of wild-type or *SylA*-negative (*sylC* KO) strains of *Pss* B728a. Lesion numbers per trifoliolate leaf were counted on the oldest (O) and middle-aged (M) leaves. Mean lesion numbers \pm s.d. over the five replica pots are given. p , error probability (two-sided *t*-test).



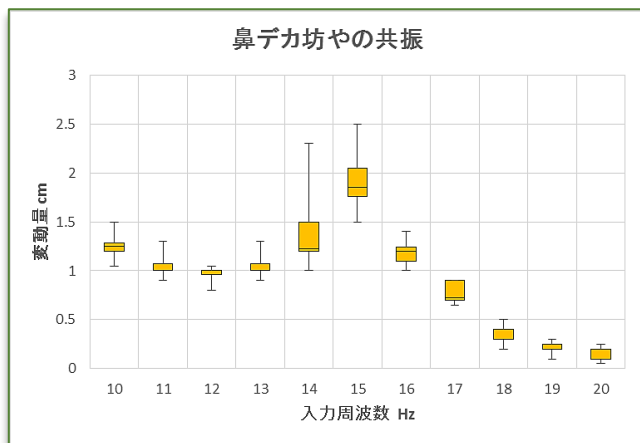


図 2-33 グラフ 4

15Hz の実験データ 10 個を番号座標で四分割

| データ番号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| データ値 cm | 1.50 | 1.50 | 1.75 | 1.80 | 1.80 | 1.90 | 2.00 | 2.06 | 2.10 | 2.50 |

| 番号座標 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----------|------|------|---|------|------|---|------|---|---|----|
| データ番号 | 1 | 3.25 | | 5.5 | 7.75 | | 10 | | | |
| データ値 [cm] | 1.50 | 1.76 | | 1.85 | 2.05 | | 2.50 | | | |

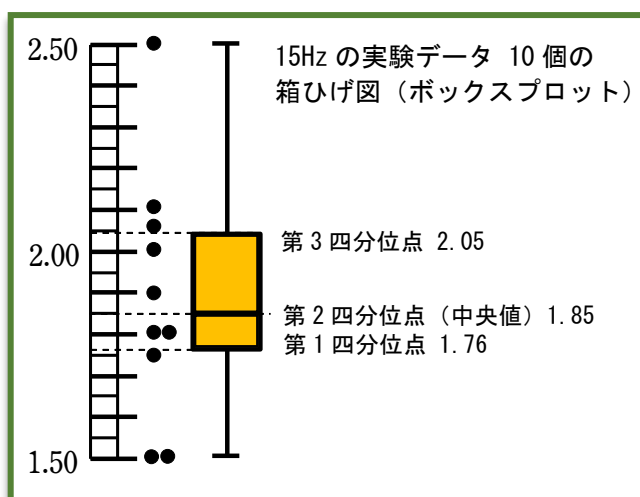


図 2-34

BOXPLOT

箱ひげグラフ

図 2-33 に示したグラフは、これまでのデータをボックスプロット (箱ひげグラフ) と呼ばれるもので表現したものです。データが多い場合にその分布を分かりやすく伝えることができるために、統計処理の代表的なグラフの一つとなっています。

今度はこのグラフに挑戦してみましょう。ボックスプロットを作るにはいくつかの方法がありますが、最大値と最小値を両端にする方法を使いたいと思います。

まず図 2-34 の上の表には入力周波数が 15Hz のときの 10 個のデータが小さいほうから順に並んでいます。このときデータにはデータ番号を 1 から 10 までつけています。これを X 軸上の座標だと思ってください。ボックスプロットではデータを番号に沿って 4 等分し、4 つのグループに分けます。

例えば 10 個のデータを図 2-34 のように 4 等分したブロックに分けると、5.5 番目のデータが真ん中ということになります。これを中央値 (第 2 四分位点) といいます。もちろん 5.5 番目にはデータはないのですがそれを両側のデータ 1.8cm と 1.9cm から割り出して 5.5 番目は 1.85cm とするわけです。X 軸上に 1~10 まで目盛りがあって、その間の番号数値も読めると考えましょう。4 等分した最初の番号は 3.25 番になりますので、これも 3 と 4 番目のデータの比率から 1.7625cm (1.76) となります。これを第 1 四分位点といいます。同様にして四分の 3 番目の番号は 7.75 番になりますのでこれを同様に計算して 2.045cm (2.05) となります。これは第 3 四分位点といっています。

それでボックスプロットを作ったのが図 2-34 の下の図です。

BOX PLOT 計算の流れ

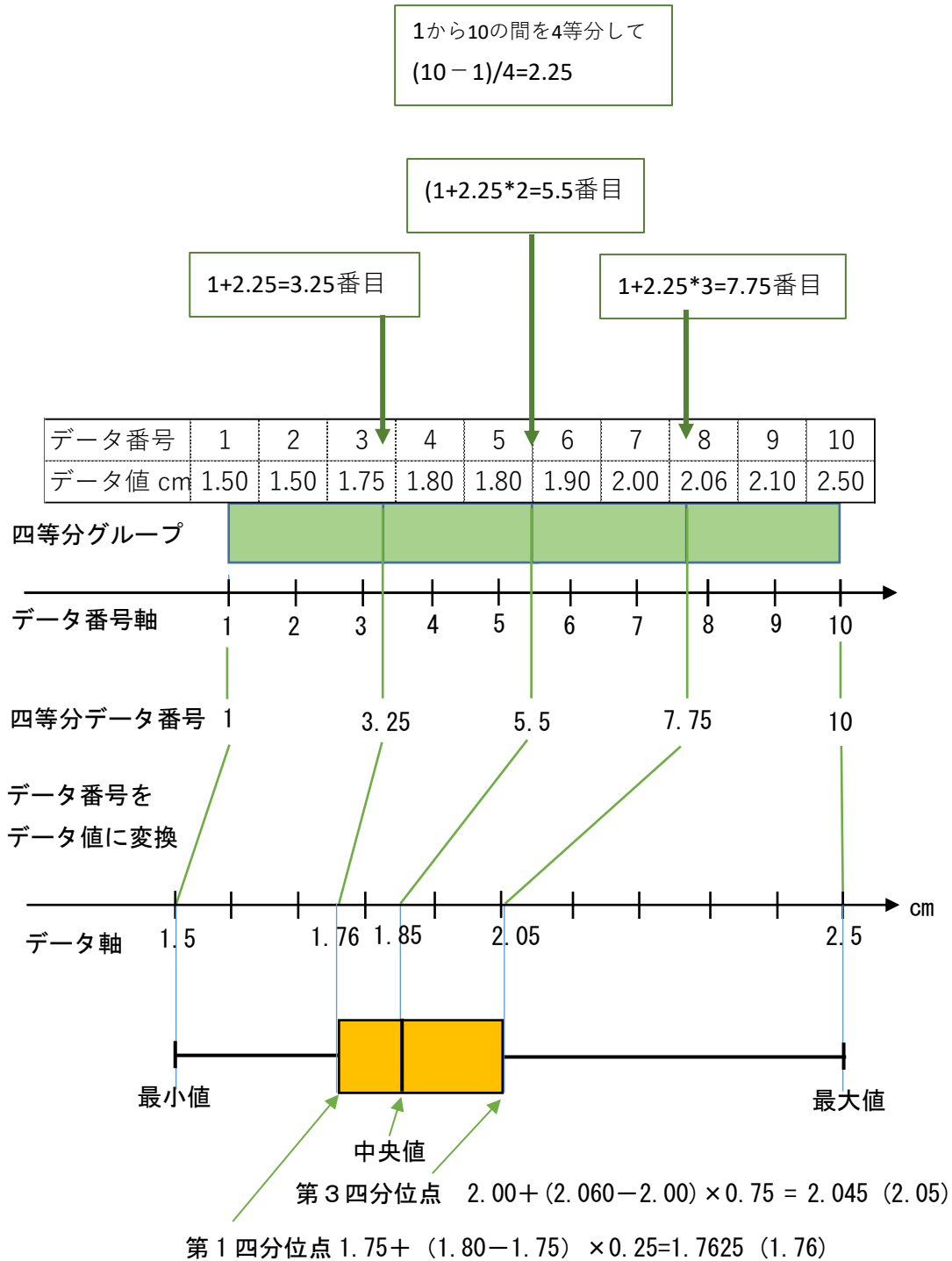


図 2-35

| | B | C | D | E | F |
|------|------|------|------|---|------|
| | | | | | 台の振動 |
| 実験回数 | 10 | 11 | 12 | | 13 |
| 1回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | | 1.30 |
| 2回目 | 1.05 | 1.00 | 1.05 | | 1.20 |
| 3回目 | 1.25 | 1.00 | 0.80 | | 1.00 |
| 4回目 | 1.25 | 0.90 | 0.80 | | 0.90 |
| 5回目 | 1.30 | 1.20 | 1.00 | | 1.00 |
| 6回目 | 1.30 | 1.30 | 1.00 | | 1.00 |
| 7回目 | 1.50 | 1.00 | 1.00 | | 1.00 |
| 8回目 | 1.25 | 1.00 | 1.00 | | 1.00 |
| 9回目 | 1.10 | 1.10 | 0.95 | | 1.00 |
| 10回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | | 1.10 |
| 最大値 | | | | | |
| 75% | | | | | |
| 中央値 | | | | | |
| 25% | | | | | |
| 最小値 | | | | | |

実験データ | 実験データ2 | グラフ1 | グラフ2 | グラフ3 | **グラフ4**

図 2-36

| | B | C | D | E |
|----|------|-------------------------|------|------|
| 2 | | | | |
| 3 | 実験回数 | 10 | 11 | 12 |
| 4 | 1回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 |
| 5 | 2回目 | 1.05 | 1.00 | 1.05 |
| 6 | 3回目 | 1.25 | 1.00 | 0.80 |
| 7 | 4回目 | 1.25 | 0.90 | 0.80 |
| 8 | 5回目 | 1.30 | 1.20 | 1.00 |
| 9 | 6回目 | 1.30 | 1.30 | 1.00 |
| 10 | 7回目 | 1.50 | 1.00 | 1.00 |
| 11 | 8回目 | 1.25 | 1.00 | 1.00 |
| 12 | 9回目 | 1.10 | 1.10 | 0.95 |
| 13 | 10回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 |
| 14 | 最大値 | =QUARTILE(C\$4:C\$13,4) | | |
| 15 | 75% | | | |
| 16 | 中央値 | | | |
| 17 | 25% | | | |
| 18 | 最小値 | | | |
| 19 | | | | |
| 20 | | | | |

実験データ | 実験データ2 | グラフ1 | グラフ2

| セル | 計算式 |
|-----|-------------------------|
| C14 | =QUARTILE(C\$4:C\$13,4) |
| C15 | =QUARTILE(C\$4:C\$13,3) |
| C16 | =QUARTILE(C\$4:C\$13,2) |
| C17 | =QUARTILE(C\$4:C\$13,1) |
| C18 | =QUARTILE(C\$4:C\$13,0) |

図 2-37

BOXPLOT 実際の作り方

ここまでボックスプロットの原理を説明しました。ボックスプロットを一つ作るだけでも大変だなと感じた人がほとんどではないでしょうか。

でも心配いりません。EXCEL には、ボックスプロットの一番肝となる関数が組み込まれているのです。それはデータ列を 4 グループに分ける関数です。

QUARTILE (データ列, 0 ~ 4)

四分位関数と呼ぶことにします。このデータ列は例えば C3:C12 といった実験データ列を入れます。また 0 ~ 4 というのは以下の項目を意味しています。

- 0 最小値
- 1 25% (第1四分位点)
- 2 中央値 (第2四分位点)
- 3 75% (第3四分位点)
- 4 最大値

これらを計算してセルに返してくれます。「早く教えてくれよ!」「全部計算するのかと思ったあ」

それでは、シート「実験データ2」のコピーシートを「移動またはコピー」を使って作り、項目を追加して、図 2-36 のようになるように準備し、シート名を「グラフ4」としましょう。

それができたらセル C14 に計算式を入れます。数字を固定していることに注意してください。F4 ボタンを押すと固定できるんですね。

できたら ENTER を押してそのあとセル C18 までフィルハンドルして、右の数字だけ図 2-37 下のように変えていきましょう。できたら C14:C18 全体を右に M 列のまでフィルハンドルしたら完成です。

| | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|----|------|--------|-------|-----------|-------|-------|--------|--------|-------|------|------|------|
| 2 | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | 台の振動数[Hz] | | | | | | | | |
| 4 | 実験回数 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 5 | 1回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.30 | 2.30 | 1.50 | 1.10 | 0.75 | 0.40 | 0.20 | 0.10 |
| 6 | 2回目 | 1.05 | 1.00 | 1.05 | 1.20 | 1.50 | 2.06 | 1.25 | 0.90 | 0.40 | 0.25 | 0.10 |
| 7 | 3回目 | 1.25 | 1.00 | 0.80 | 1.00 | 1.50 | 2.00 | 1.00 | 0.70 | 0.25 | 0.20 | 0.10 |
| 8 | 4回目 | 1.25 | 0.90 | 0.80 | 0.90 | 1.20 | 1.80 | 1.40 | 0.90 | 0.40 | 0.10 | 0.10 |
| 9 | 5回目 | 1.30 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.20 | 1.80 | 1.20 | 0.70 | 0.20 | 0.20 | 0.05 |
| 10 | 6回目 | 1.30 | 1.30 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 2.10 | 1.20 | 0.70 | 0.30 | 0.25 | 0.10 |
| 11 | 7回目 | 1.50 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.25 | 1.75 | 1.20 | 0.90 | 0.50 | 0.30 | 0.25 |
| 12 | 8回目 | 1.25 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 2.50 | 1.25 | 0.90 | 0.50 | 0.25 | 0.25 |
| 13 | 9回目 | 1.10 | 1.10 | 0.95 | 1.00 | 2.00 | 1.50 | 1.00 | 0.65 | 0.40 | 0.20 | 0.20 |
| 14 | 10回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 1.20 | 1.90 | 1.10 | 0.70 | 0.30 | 0.20 | 0.20 |
| 15 | 最大値 | 1.5 | 1.3 | 1.05 | 1.3 | 2.3 | 2.5 | 1.4 | 0.9 | 0.5 | 0.3 | 0.25 |
| 16 | 75% | 1.2875 | 1.075 | 1 | 1.075 | 1.5 | 2.045 | 1.2375 | 0.9 | 0.4 | 0.25 | 0.2 |
| 17 | 中央値 | 1.25 | 1 | 1 | 1 | 1.225 | 1.85 | 1.2 | 0.725 | 0.4 | 0.2 | 0.1 |
| 18 | 25% | 1.2 | 1 | 0.9625 | 1 | 1.2 | 1.7625 | 1.1 | 0.7 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| 19 | 最小値 | 1.05 | 0.9 | 0.8 | 0.9 | 1 | 1.5 | 1 | 0.65 | 0.2 | 0.1 | 0.05 |
| 20 | | | | | | | | | | | | |

図 2-38

| | B | C | D |
|----|----------------------|--------|-------|
| 2 | | | |
| 3 | 実験回数 | 10 | 11 |
| 4 | 1回目 | 1.20 | 1.00 |
| 5 | 2回目 | 1.05 | 1.00 |
| 6 | 3回目 | 1.25 | 1.00 |
| 7 | 4回目 | 1.25 | 0.90 |
| 8 | 5回目 | 1.30 | 1.20 |
| 9 | 6回目 | 1.30 | 1.30 |
| 10 | 7回目 | 1.50 | 1.00 |
| 11 | 8回目 | 1.25 | 1.00 |
| 12 | 9回目 | 1.10 | 1.10 |
| 13 | 10回目 | 1.20 | 1.00 |
| 14 | 最大値 | 1.5 | 1.3 |
| 15 | 75% | 1.2875 | 1.075 |
| 16 | 中央値 | 1.25 | 1 |
| 17 | 25% | 1.2 | 1 |
| 18 | 最小値 | 1.05 | 0.9 |
| 19 | 最大値-75% =C\$14-C\$15 | | |
| 20 | 75%-中央値 | | |
| 21 | 中央値-25% | | |
| 22 | 25% | | |
| 23 | 25%-最小値 | | |
| 24 | | | |



C 列に計算式を入れる

- セル C19 = C\$14-C\$15
- セル C20 = C\$15-C\$16
- セル C21 = C\$16-C\$17
- セル C22 = C\$17
- セル C23 = C\$17-C\$18

図 2-39

図 2-38 のように完成したら、15Hz のところでチェックしてみましよう。計算方法で解説した値と一緒になっていますか。それなら OK です。

BOXPLOT その 2

次に箱ひげ型の BOXPLOT グラフを描く準備をします。最近 EXCEL のバージョンではこの BOXPLOT がすぐ描ける（と言われる）機能が追加されましたが、使える人は少ないようです。というのは、BOXPLOT そのものの理論をよく知らないでみんな使っているのです。ここでは、意味を確認しながら四分位関数を使って作っていきます。この方法は統計の専門家たちは早くにやっていたようです。

それでは次の準備です。どうやったら図 2-33 のようなグラフになるのかまだ不思議ですね。

まず図 2-39 のように新しい項目を付け加えます。そして、セル C19 から下に計算式を書いていきます。

すべて計算式を書いたら、C\$19 から C\$23 までドラッグして全体を右にフィルハンドルしてください。次ページの図 2-40 のようになっていますら成功です。

| | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | |
|----|---------|--------|-------|--------|-----------|-------|--------|--------|-------|------|------|------|--|
| 2 | | | | | 台の振動数[Hz] | | | | | | | | |
| 3 | 実験回数 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | |
| 4 | 1回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.30 | 2.30 | 1.50 | 1.10 | 0.75 | 0.40 | 0.20 | 0.10 | |
| 5 | 2回目 | 1.05 | 1.00 | 1.05 | 1.20 | 1.50 | 2.06 | 1.25 | 0.90 | 0.40 | 0.25 | 0.10 | |
| 6 | 3回目 | 1.25 | 1.00 | 0.80 | 1.00 | 1.50 | 2.00 | 1.00 | 0.70 | 0.25 | 0.20 | 0.10 | |
| 7 | 4回目 | 1.25 | 0.90 | 0.80 | 0.90 | 1.20 | 1.80 | 1.40 | 0.90 | 0.40 | 0.10 | 0.10 | |
| 8 | 5回目 | 1.30 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.20 | 1.80 | 1.20 | 0.70 | 0.20 | 0.20 | 0.05 | |
| 9 | 6回目 | 1.30 | 1.30 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 2.10 | 1.20 | 0.70 | 0.30 | 0.25 | 0.10 | |
| 10 | 7回目 | 1.50 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.25 | 1.75 | 1.20 | 0.90 | 0.50 | 0.30 | 0.25 | |
| 11 | 8回目 | 1.25 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 2.50 | 1.25 | 0.90 | 0.50 | 0.25 | 0.25 | |
| 12 | 9回目 | 1.10 | 1.10 | 0.95 | 1.00 | 2.00 | 1.50 | 1.00 | 0.65 | 0.40 | 0.20 | 0.20 | |
| 13 | 10回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 1.20 | 1.90 | 1.10 | 0.70 | 0.30 | 0.20 | 0.20 | |
| 14 | 最大値 | 1.5 | 1.3 | 1.05 | 1.3 | 2.3 | 2.5 | 1.4 | 0.9 | 0.5 | 0.3 | 0.25 | |
| 15 | 75% | 1.2875 | 1.075 | 1 | 1.075 | 1.5 | 2.045 | 1.2375 | 0.9 | 0.4 | 0.25 | 0.2 | |
| 16 | 中央値 | 1.25 | 1 | 1 | 1 | 1.225 | 1.85 | 1.2 | 0.725 | 0.4 | 0.2 | 0.1 | |
| 17 | 25% | 1.2 | 1 | 0.9625 | 1 | 1.2 | 1.7625 | 1.1 | 0.7 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | |
| 18 | 最小値 | 1.05 | 0.9 | 0.8 | 0.9 | 1 | 1.5 | 1 | 0.65 | 0.2 | 0.1 | 0.05 | |
| 19 | 最大値-75% | 0.2125 | 0.225 | 0.05 | 0.225 | 0.8 | 0.455 | 0.1625 | 0 | 0.1 | 0.05 | 0.05 | |
| 20 | 75%-中央値 | 0.0375 | 0.075 | 0 | 0.075 | 0.275 | 0.195 | 0.0375 | 0.175 | 0 | 0.05 | 0.1 | |
| 21 | 中央値-25% | 0.05 | 0 | 0.0375 | 0 | 0.025 | 0.0875 | 0.1 | 0.025 | 0.1 | 0 | 0 | |
| 22 | 25% | 1.2 | 1 | 0.9625 | 1 | 1.2 | 1.7625 | 1.1 | 0.7 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | |
| 23 | 25%-最小値 | 0.15 | 0.1 | 0.1625 | 0.1 | 0.2 | 0.2625 | 0.1 | 0.05 | 0.1 | 0.1 | 0.05 | |

図 2-40

| B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N |
|---------|--------|-------|--------|-----------|-------|--------|--------|-------|------|------|------|---|
| | | | | 台の振動数[Hz] | | | | | | | | |
| 実験回数 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | |
| 1回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.30 | 2.30 | 1.50 | 1.10 | 0.75 | 0.40 | 0.20 | 0.10 | |
| 2回目 | 1.05 | 1.00 | 1.05 | 1.20 | 1.50 | 2.06 | 1.25 | 0.90 | 0.40 | 0.25 | 0.10 | |
| 3回目 | 1.25 | 1.00 | 0.80 | 1.00 | 1.50 | 2.00 | 1.00 | 0.70 | 0.25 | 0.20 | 0.10 | |
| 4回目 | 1.25 | 0.90 | 0.80 | 0.90 | 1.20 | 1.80 | 1.40 | 0.90 | 0.40 | 0.10 | 0.10 | |
| 5回目 | 1.30 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.20 | 1.80 | 1.20 | 0.70 | 0.20 | 0.20 | 0.05 | |
| 6回目 | 1.30 | 1.30 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 2.10 | 1.20 | 0.70 | 0.30 | 0.25 | 0.10 | |
| 7回目 | 1.50 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.25 | 1.75 | 1.20 | 0.90 | 0.50 | 0.30 | 0.25 | |
| 8回目 | 1.25 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 2.50 | 1.25 | 0.90 | 0.50 | 0.25 | 0.25 | |
| 9回目 | 1.10 | 1.10 | 0.95 | 1.00 | 2.00 | 1.50 | 1.00 | 0.65 | 0.40 | 0.20 | 0.20 | |
| 10回目 | 1.20 | 1.00 | 1.00 | 1.10 | 1.20 | 1.90 | 1.10 | 0.70 | 0.30 | 0.20 | 0.20 | |
| 最大値 | 1.5 | 1.3 | 1.05 | 1.3 | 2.3 | 2.5 | 1.4 | 0.9 | 0.5 | 0.3 | 0.25 | |
| 75% | 1.2875 | 1.075 | 1 | 1.075 | 1.5 | 2.045 | 1.2375 | 0.9 | 0.4 | 0.25 | 0.2 | |
| 中央値 | 1.25 | 1 | 1 | 1 | 1.225 | 1.85 | 1.2 | 0.725 | 0.4 | 0.2 | 0.1 | |
| 25% | 1.2 | 1 | 0.9625 | 1 | 1.2 | 1.7625 | 1.1 | 0.7 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | |
| 最小値 | 1.05 | 0.9 | 0.8 | 0.9 | 1 | 1.5 | 1 | 0.65 | 0.2 | 0.1 | 0.05 | |
| 最大値-75% | 0.2125 | 0.225 | 0.05 | 0.225 | 0.8 | 0.455 | 0.1625 | 0 | 0.1 | 0.05 | 0.05 | |
| 75%-中央値 | 0.0375 | 0.075 | 0 | 0.075 | 0.275 | 0.195 | 0.0375 | 0.175 | 0 | 0.05 | 0.1 | |
| 中央値-25% | 0.05 | 0 | 0.0375 | 0 | 0.025 | 0.0875 | 0.1 | 0.025 | 0.1 | 0 | 0 | |
| 25% | 1.2 | 1 | 0.9625 | 1 | 1.2 | 1.7625 | 1.1 | 0.7 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | |
| 25%-最小値 | 0.15 | 0.1 | 0.1625 | 0.1 | 0.2 | 0.2625 | 0.1 | 0.05 | 0.1 | 0.1 | 0.05 | |

図 2-41

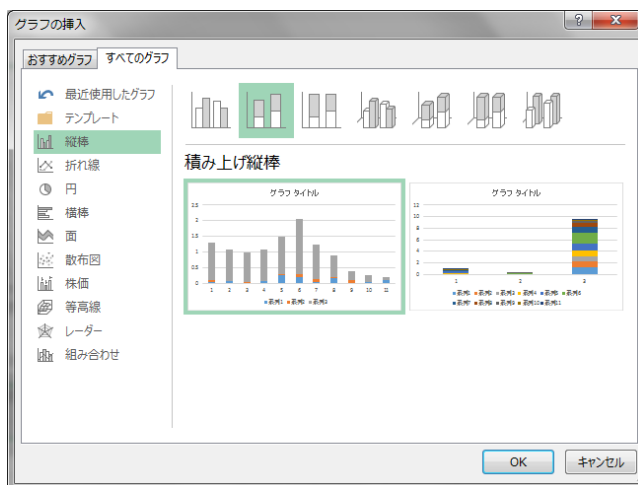


図 2-42

次に図 2-41 のようにセル C20 からセル M22 までをドラッグして、「挿入」のグラフから「縦棒」を選びその中の「積み上げ縦棒」を選択します（図 2-42）。

この「積み上げ縦棒」というのは、セルの値を単純に上に積み上げたものです。ただグラフが一番上が 25% の値、一番下が 75%-中央値と積み上げた順になっているので、この積み上げ方を逆にする必要があります。え？なんで？と思っていると思いますが、先を進めます。

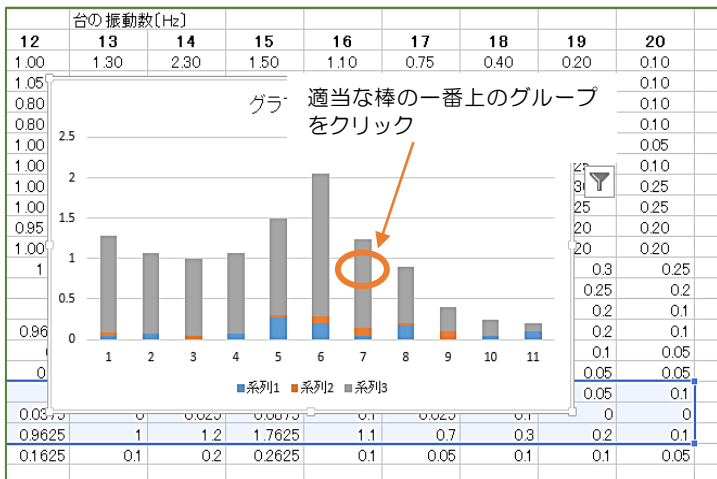


図 2-43

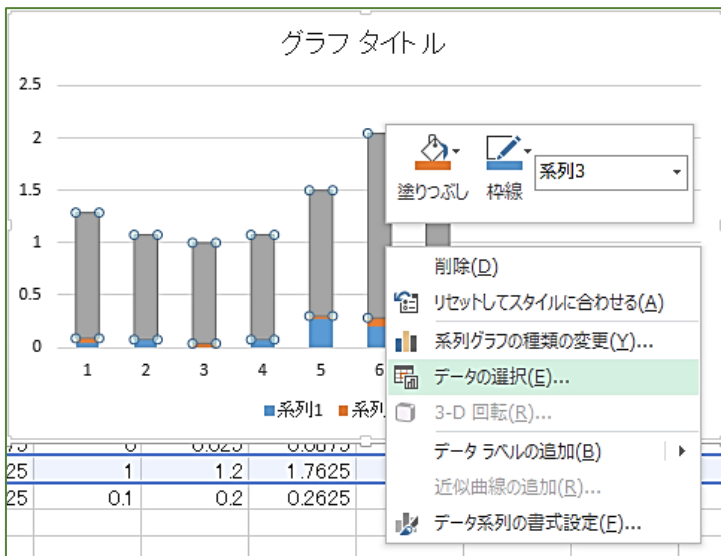


図 2-44

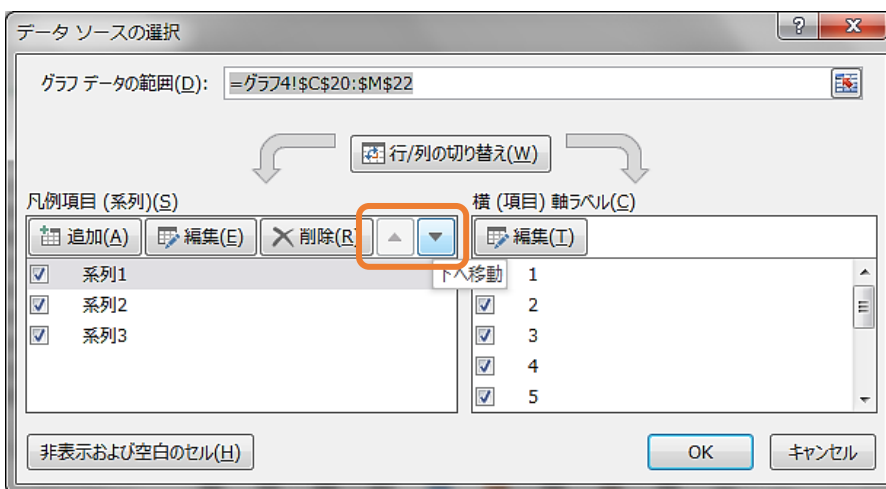
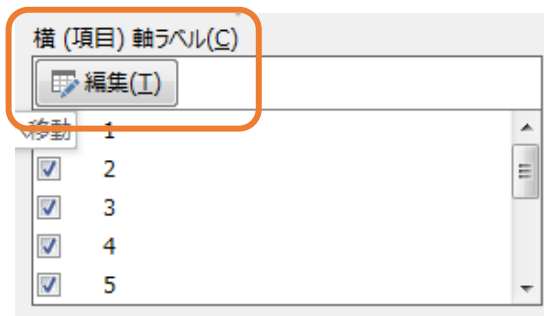


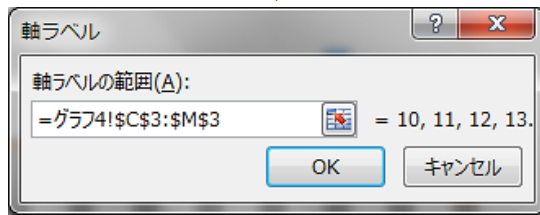
図 2-45

まず「積み上げ縦棒」のグラフの一番上のグループのどれでも一つ左クリックして右クリック（またはいきなり右クリック）します。すると図 2-44 のようにメニューが出てきますので、「データの選択」を選び左クリックします。すると図 2-45 のようなダイアログが出てきます。「系列 1」を選び「▼下へ移動」で最後のほうに移動させます。

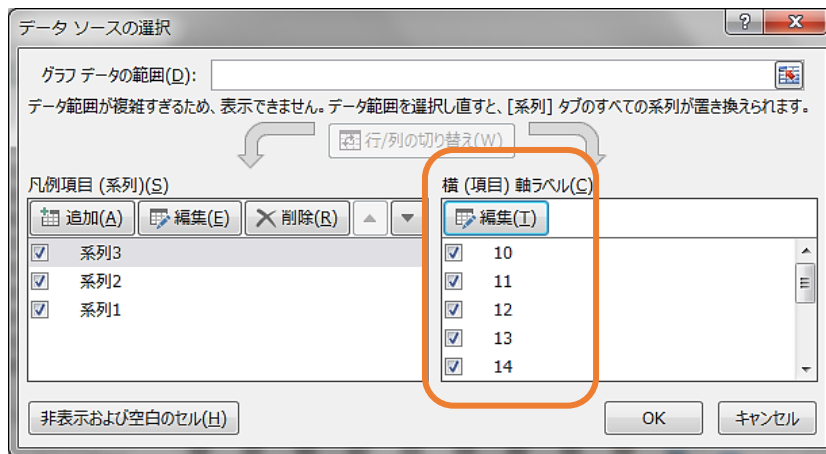
また「系列 3」は「▲上へ移動」で一番上に移動させます。すると図 2-46 下のグラフのようになりますが、その前に別の準備をします。



46-a



46-b



46-c

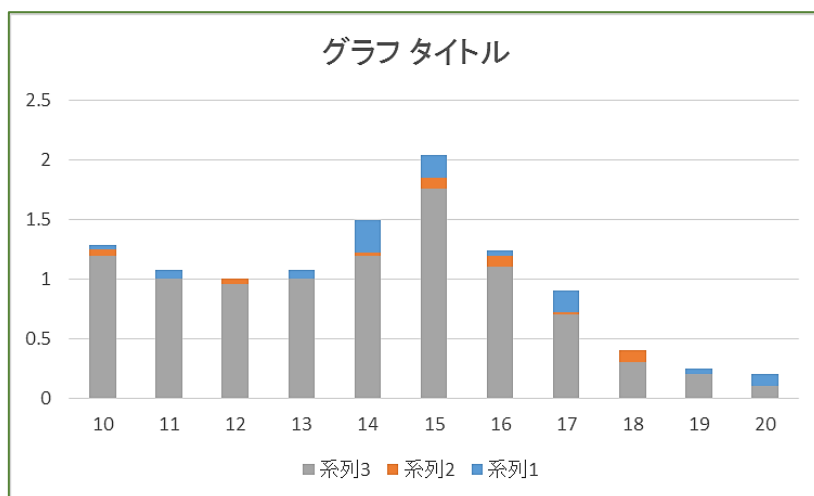
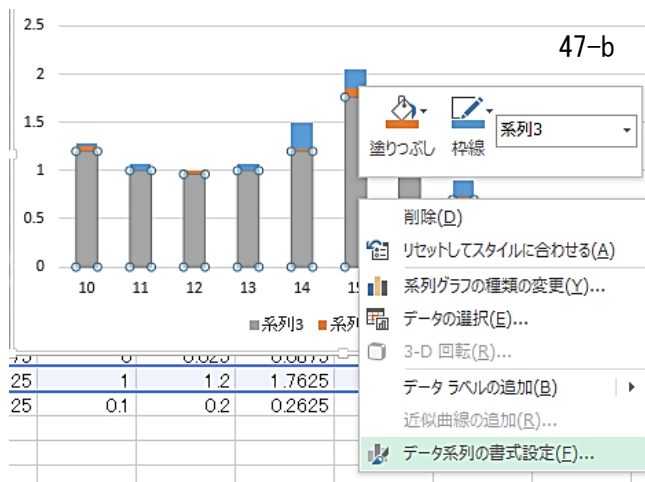
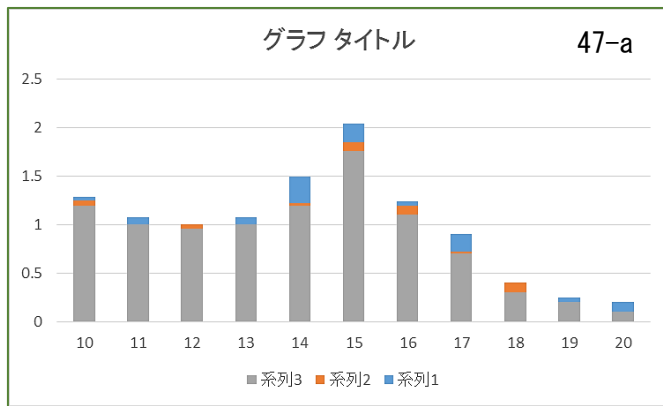


図 2-46

グラフの横軸が台の入力周波数 Hz になっていないのでダイアログの右側にある「横 (項目) 軸ラベル」の「編集」ボタン 46-a を押します。

するとダイアログ 46-b が出て「軸ラベルの範囲」を聞いてきますので、セル C3 からセル M3 までをドラッグして「OK」を押します。

46-c のように横軸ラベルの数値が 10、20、30 … となったら OK です。すると図 2-46 のようなグラフになっていますね。



47-c

データ系列の書式設定

系列のオプション ▾

塗りつぶし

- 塗りつぶしなし(N)
- 塗りつぶし (単色)(S)
- 塗りつぶし (グラデーション)(G)
- 塗りつぶし (図またはテクスチャ)(P)
- 塗りつぶし (パターン)(A)
- 自動(U)
- 負の値を反転する(I)

色(C)

枠線

- 線なし(N)
- 線 (単色)(S)
- 線 (グラデーション)(G)
- 自動(U)



47-d

データ系列の書式設定

系列のオプション ▾

塗りつぶし

- 塗りつぶしなし(N)
- 塗りつぶし (単色)(S)
- 塗りつぶし (グラデーション)(G)
- 塗りつぶし (図またはテクスチャ)(P)
- 塗りつぶし (パターン)(A)
- 自動(U)
- 負の値を反転する(I)

枠線

- 線なし(N)
- 線 (単色)(S)
- 線 (グラデーション)(G)
- 自動(U)

それではいよいよボックスプロット（箱ひげ図）のボックス（箱）の部分を作っていきます。

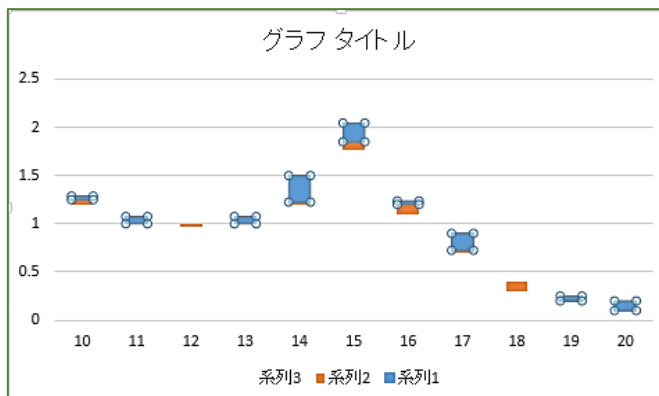
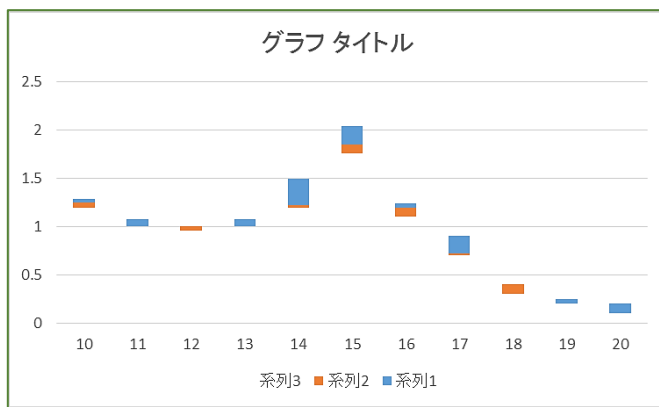
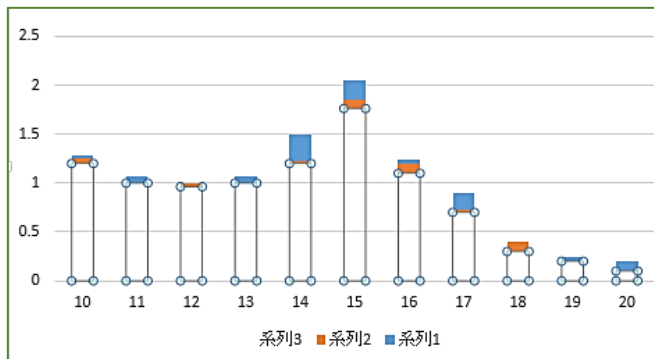
「積み上げ縦棒」の一番下の25%の値の部分はボックスには必要ありませんので見えなくにします。なぜだかわかりますか。ボックスプロットは、データ列を4等分したうちの真ん中の二つのデータグループをボックス（長方形）で囲んであるのです。

47-bのように「積み上げ縦棒」一番下の25%の値の部分をクリックしてメニューを出し、「データ系列の書式設定」を選びます。すると右横に47-cのようなメニューが出るのでペンキマークの「塗りつぶし」と「枠線」を出します。どちらも「自動」になっていますね。これを「塗りつぶし」は「塗りつぶしなし」を「枠線」は「線なし」をチェックします。

すると図2-48真ん中のようになります。これがボックスです。



図 2-47



次にボックスの色を二つとも同じにしましょう。図 2-48 一番下のように上の方のボックスを一つ右クリックし、ペンキマークから、「塗りつぶし (単色)」を選び、「色」はペンキマークをクリックしてゴールドを選びます。また「枠線」は「線 (単色)」の「黒」を選びます。

できたら、今度は下側のボックスも同じようにして黒の枠線で中がゴールド (黄色) のボックスにします。

データ系列の書式設定

系列のオプション

- 塗りつぶし
 - 塗りつぶしなし (N)
 - 塗りつぶし (単色) (S)
 - 塗りつぶし (グラデーション) (G)
 - 塗りつぶし (図またはテクスチャ) (P)
 - 塗りつぶし (パターン) (A)
 - 自動 (U)
 - 負の値を反転する (I)
- 色 (C)

テーマの色
 ゴールド、アクセント 4
 標準の色
 その他の色 (M)...
- 枠線
 - 線なし (N)
 - 線 (単色) (S)
 - 線 (グラデーション) (G)
 - 自動 (U)
- 色 (C)

黒
- 透明度 (I)

0%

図 2-48

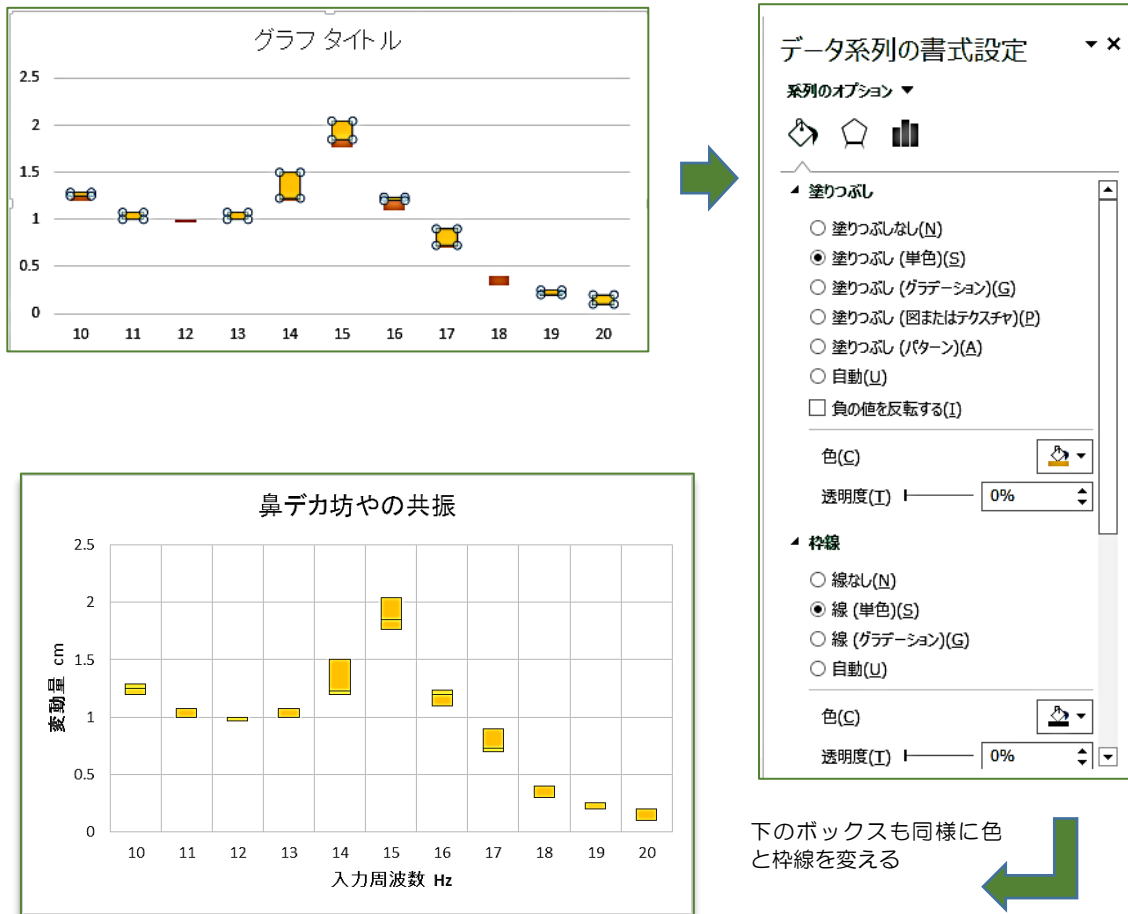


図 2-49

次にグラフに「軸ラベル」を付けて縦軸横軸の物理量と単位を書いております。また「グラフタイトル」を鼻デカ坊やの共振とします。図 2-49 のようになったらボックスプロットのデータが入ったボックスが完成です。(軸ラベル等のやり方を忘れちゃった人は図 2-51 のグラフ右上のメニューボタン \oplus を思い出してください。)

図 2-50 のようにボックスの中の黒い線は、測定データの「中央値」を表し、測定データの中央部分まわりの 50% のデータがこの箱に納まっていることを示しています。

あとは、このボックス (箱) からはみ出たデータを「エラーバー」(ひげ) で表現します。実は、このエラーバーはすでに、グラフ 2 や 3 でやってきましたので、一人でできる人はチャレンジしてみてください。

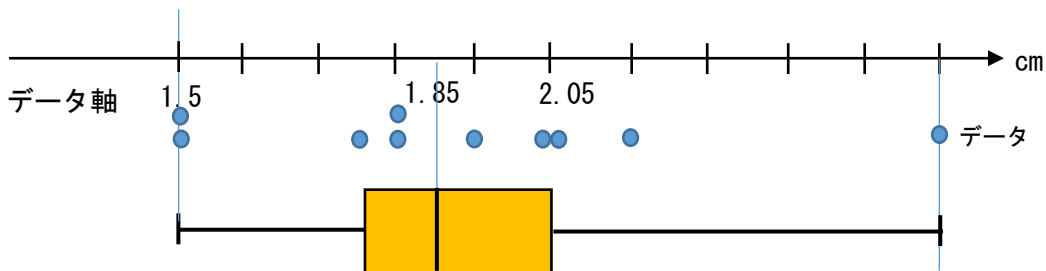


図 2-50

| | | | | | | | | | | | |
|---------|--------|-------|--------|-------|-------|--------|--------|-------|-----|------|------|
| 中央値 | 1.25 | 1 | 1 | 1 | 1.225 | 1.85 | 1.2 | 0.725 | 0.4 | 0.2 | 0.1 |
| 25% | 1.2 | 1 | 0.9625 | 1 | 1.2 | 1.7625 | 1.1 | 0.7 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| 最小値 | 1.05 | 0.9 | 0.8 | 0.9 | 1 | 1.5 | 1 | 0.65 | 0.2 | 0.1 | 0.05 |
| 最大値-75% | 0.2125 | 0.225 | 0.05 | 0.225 | 0.8 | 0.455 | 0.1625 | 0 | 0.1 | 0.05 | 0.05 |
| 75%-中央値 | 0.0375 | 0.075 | 0 | 0.075 | 0.275 | 0.195 | 0.0375 | 0.175 | 0 | 0.05 | 0.1 |
| 中央値-25% | 0.05 | 0 | 0.0375 | 0 | 0.025 | 0.0875 | 0.1 | 0.025 | 0.1 | 0 | 0 |
| 25% | 1.2 | 1 | 0.9625 | 1 | 1.2 | 1.7625 | 1.1 | 0.7 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| 25%-最小値 | 0.15 | 0.1 | 0.1625 | 0.1 | 0.2 | 0.2625 | 0.1 | 0.05 | 0.1 | 0.1 | 0.05 |

51-a

誤差範囲の書式設定 51-b

誤差範囲のオプション

縦軸誤差範囲

方向

- 両方向(B)
- 負方向(M)
- 正方向(L)

終点のスタイル

- キャップなし(N)
- キャップあり(A)

誤差範囲

- 固定値(E)
- パーcentage(P) %
- 標準偏差(S)
- 標準誤差(E)
- ユーザー設定(C)

51-c

51-d

51-e

| | | | | | | | | | | | |
|---------|--------|-------|--------|-------|-------|--------|--------|-------|-----|------|------|
| 中央値 | 1.25 | 1 | 1 | 1 | 1.225 | 1.85 | 1.2 | 0.725 | 0.4 | 0.2 | 0.1 |
| 25% | 1.2 | 1 | 0.9625 | 1 | 1.2 | 1.7625 | 1.1 | 0.7 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| 最小値 | 1.05 | 0.9 | 0.8 | 0.9 | 1 | 1.5 | 1 | 0.65 | 0.2 | 0.1 | 0.05 |
| 最大値-75% | 0.2125 | 0.225 | 0.05 | 0.225 | 0.8 | 0.455 | 0.1625 | 0 | 0.1 | 0.05 | 0.05 |
| 75%-中央値 | 0.0375 | 0.075 | 0 | 0.075 | 0.275 | 0.195 | 0.0375 | 0.175 | 0 | 0.05 | 0.1 |
| 中央値-25% | 0.05 | 0 | 0.0375 | 0 | 0.025 | 0.0875 | 0.1 | 0.025 | 0.1 | 0 | 0 |
| 25% | 1.2 | 1 | 0.9625 | 1 | 1.2 | 1.7625 | 1.1 | 0.7 | 0.3 | 0.2 | 0.1 |
| 25%-最小値 | 0.15 | 0.1 | 0.1625 | 0.1 | 0.2 | 0.2625 | 0.1 | 0.05 | 0.1 | 0.1 | 0.05 |

ユーザー設定の誤差範囲

正の誤差の値(P)
=グラフ4!\$C\$19:\$M\$19

負の誤差の値(N)
={1}

ユーザー設定の誤差範囲

正の誤差の値(P)
=グラフ4!\$C\$19:\$M\$19

負の誤差の値(N)
={1}

図 2-51

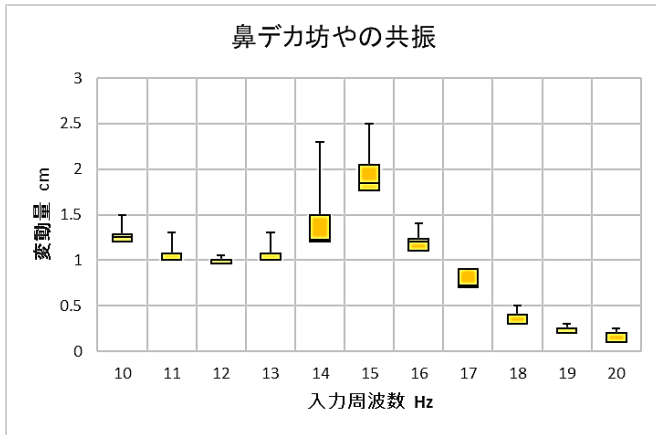
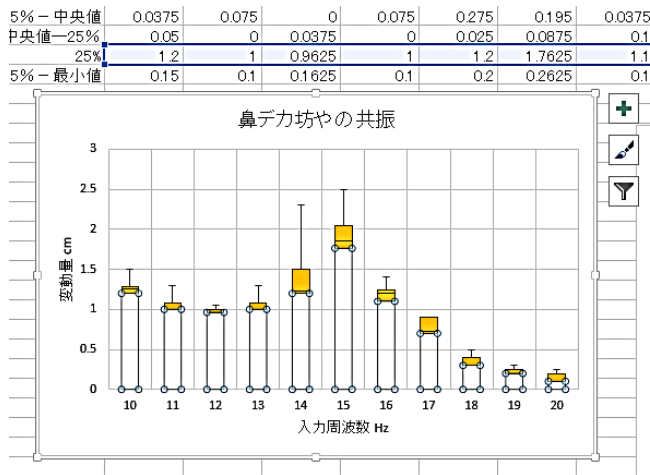


図 2-52



それではボックスプロットの誤差範囲の最大値を作図してみましょう。図 2-51-a を見てください。中央値で区切られた上下のブロックのうち上側のブロックのどれか一つを右クリックします。そしてグラフの右上に出てきたメニューの **+** をクリックして「誤差範囲」をチェックし「その他のオプション」を選びます。出てきた「誤差範囲の書式設定」が「縦軸誤差範囲」であることを確認して、「方向」は「正方向」。「終点のスタイル」は「キャップあり」にして「誤差範囲」を「ユーザー設定」にして **値の設定** をクリックします。

次に図 2-51-c のように、出てきた「ユーザー設定の誤差範囲」というダイアログボックスの「正の誤差の値」のところに 51-c のデータ表の「最大値-75%」のデータをすべてドラッグして入力します。まちがいないかダイアログボックスを確認後 OK ボタンを押すと、図 2-52 のようになります。

上側のエラーバー（ひげ）ができましたね。

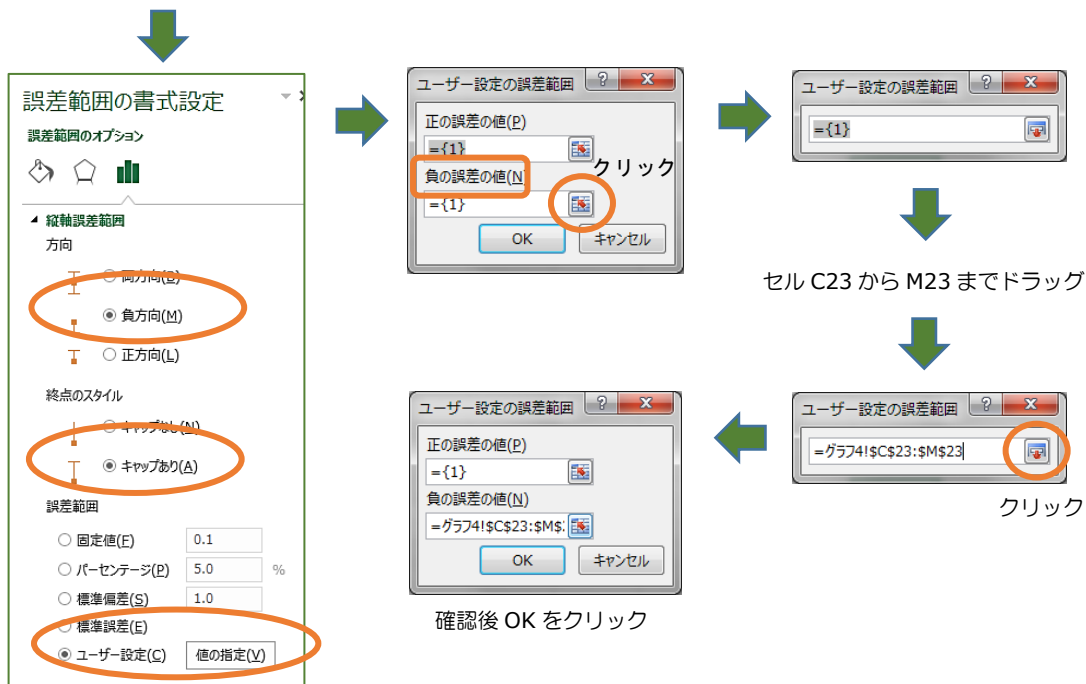


図 2-53 その 1

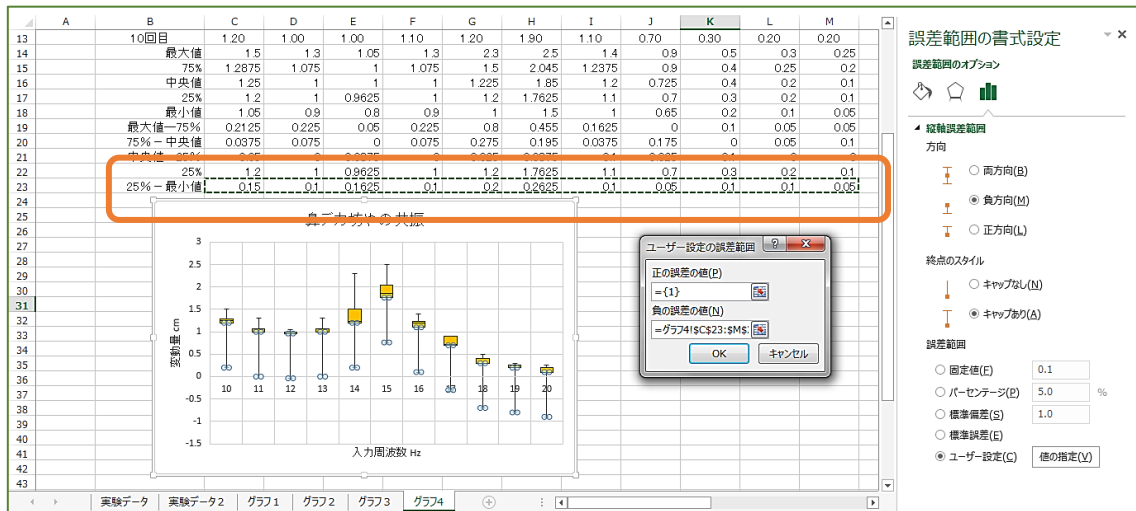


図 2-53 その2

グラフ作成技術 4

与えられた実験データ図 2-4 から図 2-54 に示されたグラフ 4を作成することができる。

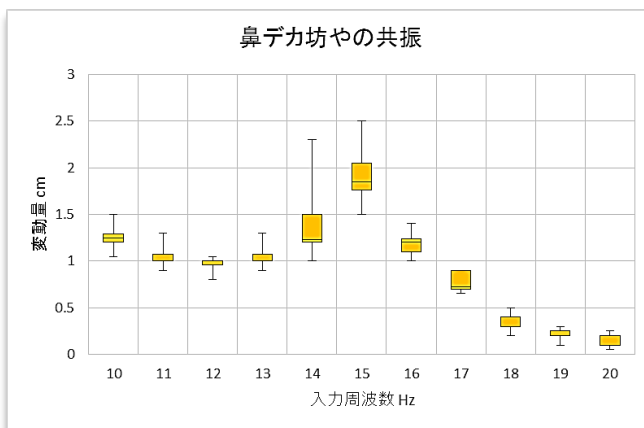


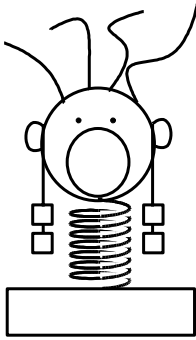
図 2-54 グラフ 4

最後に下側のボックスから出るエラーバー（ひげ）を作図しましょう。今回は、図 2-53 その1のように姿が見えないようにしていたグラフの25%の部分をクリックします。

グラフの+ をクリックして上側のエラーバーの時と同じ操作をしていきます。

このとき「方向」は「負方向」であることに注意してください。そして、「誤差範囲」を「ユーザー設定」にして「値の設定」をクリックします。図 2-53 その2のように今回は、「25%-最小値」のデータをすべてドラッグして入力します。このとき「正の誤差の値」はそのまま触りません。入力するのは「負の誤差の値」のところですから注意してください。

図 2-54 のようにグラフがなれば、BPXPLOT（箱ひげグラフ）の完成です。



鼻デカ坊や実験Ⅱ

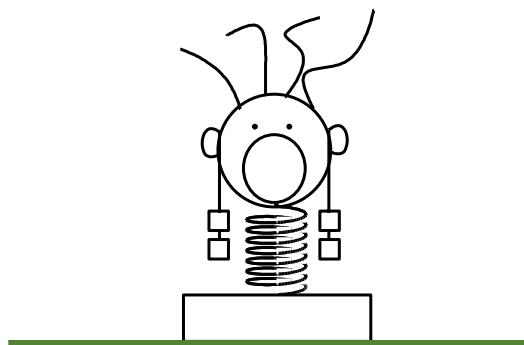
鼻デカ坊やの実験Ⅰでは、実験で得られたデータを、「平均値」だけではなく「散らばり」(ばらつき)も含めて表すことの重要性を学んだと思います。この「平均」と「散らばり」の数学が統計学なのです。

さて、数理系の学問を学んでいると「〇〇の法則」というものが登場しますね。そしてそこには方程式が書かれていることも多くあります。鼻デカ坊やⅠの実験では、実は鼻デカ坊やの持っている振動数が地震の振動数と共振したという話でした。グラフを見ると 15Hz ぐらいがその共振のピークになっています。

どうも地震の振動数がそれぐらいだったことを意味していそうです。

一方で、この共振という現象を理論的に考えていくこともできます。振動という現象を数学的に表わすことができれば、台と鼻デカ坊やのそれぞれの振動の式を足し合わせて共振の方程式が作れるかもしれません。すると理論的に今回の実験を説明できるかもしれません。そのとき、その理論式を実験のグラフに重ねて描くことができれば、自分の理論の妥当性が分かりますよね。

ここでは、グラフに**実験値**だけではなく、**理論値**によるグラフを重ねて書いてみることにチャレンジしましょう。とはいっても、振動の式はちょっとまだ難しいので、もっと簡単な実験と理論で説明していきますから、安心してください。



さて、次の実験に移りましょう。今度は、鼻デカ坊やの両耳におもりをぶら下げ、ばねの縮みを測定しました。その実験結果が図 2-55 です。おもりは 10g (0.01kg) ずつ増やして 100g (0.10kg) まで測定しました。実験は 3 回行っていきます。

| おもりの質量m[kg] | 鼻デカ坊やバネの縮み[m] | | |
|-------------|---------------|-------|-------|
| | 実験1 | 実験2 | 実験3 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 0.010 | 0.014 | 0.015 | 0.015 |
| 0.020 | 0.022 | 0.028 | 0.026 |
| 0.030 | 0.034 | 0.028 | 0.037 |
| 0.040 | 0.051 | 0.055 | 0.044 |
| 0.050 | 0.060 | 0.064 | 0.058 |
| 0.060 | 0.068 | 0.058 | 0.074 |
| 0.070 | 0.079 | 0.089 | 0.088 |
| 0.080 | 0.098 | 0.100 | 0.089 |
| 0.090 | 0.119 | 0.120 | 0.095 |
| 0.100 | 0.125 | 0.129 | 0.110 |

グラフ作成問題 1

新しいシートの名前を「グラフ 5」として、そのシートに実験データ図 2-55 を転記し、図 2-56 のグラフを作成せよ。

図 2-55

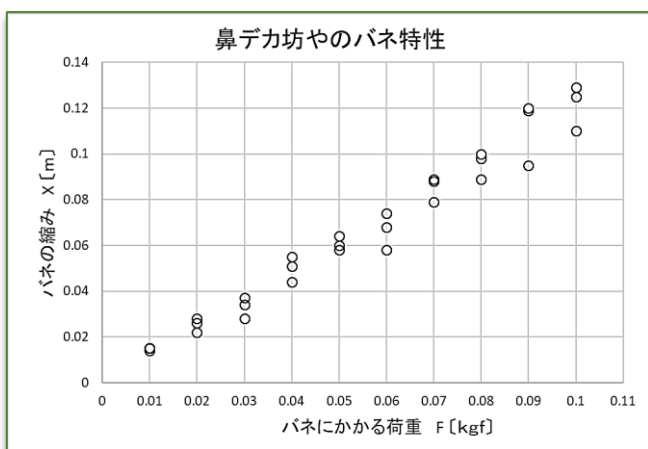


図 2-56

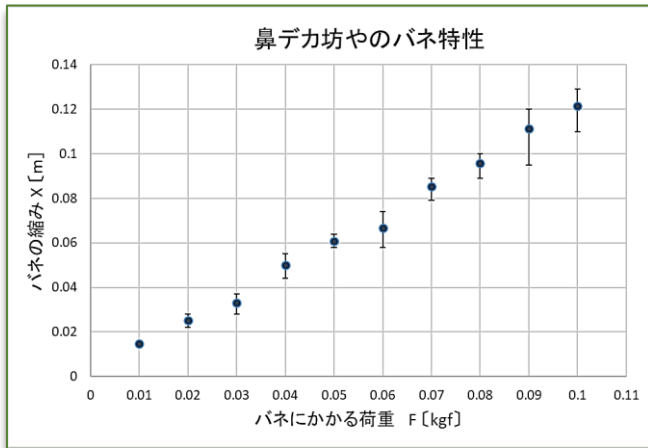


図 2-57

グラフ作成問題 2

シート「グラフ5」をコピーして複製シート「グラフ6」を作り、その新しいシートのデータを加工して図 2-57 のグラフを作成せよ。

フックの法則

バネに荷重をかけていないときをバネの伸び $x=0$ とすると、そこからのバネの伸び（縮み） $x[\text{m}]$ とバネを伸ばす（縮める）力 $F[\text{N}]$ との間は比例関係になっており

$$F = kx$$

と表される。これを「フックの法則」と呼んでいる。このときの比例定数 $k[\text{N/m}]$ をバネ定数という。

この「鼻デカ坊やバネ実験」ではバネにかかる荷重 F の単位が $[\text{kgf}]$ （キログラムフォース）となっている。これは $[\text{kgw}]$ （キログラム重）とも書かれ、力の単位 $[\text{N}]$ （ニュートン）とは次のような関係になっている。

1 $[\text{kgf}]$ は質量 1 kg の物体にかかる重さ（重力）のことで

$$1 [\text{kgf}] [\text{kgw}] = 1 \times 9.8 [\text{N}]$$

となる。つまり一般的には

$$m [\text{kgf}] [\text{kgw}] = mg [\text{N}]$$

である。よって鼻デカ坊やにかかる荷重 F をニュートン単位に直すには 9.8 をかける必要がある。よって $F = mg$ とすると

$$mg = kx$$

となって荷重が $m [\text{kg}]$ のときの理論値 $x[\text{m}]$ は

$$x = \frac{mg}{k} [\text{m}]$$

となる。

さてここでのテーマは、**実験データ**と**理論式**の関係です。

例えば、この「鼻デカ坊や」のバネは、理論的には**フックの法則**が成り立ちます。しかし、理論的な式を求めるには、理論式の**定数**である「**ばね定数**」を求める必要があります。それを実験値から求める方法を紹介します。

ざっくり言うと、データがプロットされたグラフに、理論式の直線や放物線や、指数関数の曲線等の連続の線を書いて、実験データのプロットがそれに乗っていれば、そのデータを理論的に説明できたと考えるわけです。

具体的に理論曲線の挿入を**フックの法則**を例にやってみます。図 2-58 に**フックの法則**と**実験データ**との関係が書かれていますのでまず読んでみてください。理論と実験データでは、まず**単位系**をそろえることが大変重要です。

さて**課題 2-6**に取り組むために図 2-59 の一番上のようにデータを整理したと思います。そうじゃない人は、まだ図 2-57 ができていない人でしょう。これがヒントになっていますので、考えてみてください。

図 2-58 理論式の説明

| | | | | | | | | | | |
|----------------------|----------|----------|----------|--------|-------|-------|---------|---------|------------|-------------------|
| fx = \$C6*9.8/\$L\$3 | | | | | | | | | | |
| | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
| | | | | | | | | | バネ定数K | 5 |
| おもりの質量m[kg] | 実験1 X[m] | 実験2 X[m] | 実験3 X[m] | 平均値 | MAX | MIN | MAX-平均 | 平均-MIN | 理論値 X=mg/k | = \$C6*9.8/\$L\$3 |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.0000 | 0.000 | 0.000 | 0.00000 | 0.00000 | | |
| 0.010 | 0.014 | 0.015 | 0.015 | 0.0147 | 0.015 | 0.014 | 0.00033 | 0.00067 | | |
| 0.020 | 0.022 | 0.028 | 0.026 | 0.0253 | 0.028 | 0.022 | 0.00267 | 0.00333 | | |
| 0.030 | 0.034 | 0.028 | 0.037 | 0.0330 | 0.037 | 0.028 | 0.00400 | 0.00500 | | |
| 0.040 | 0.051 | 0.055 | 0.044 | 0.0500 | 0.055 | 0.044 | 0.00500 | 0.00600 | | |
| 0.050 | 0.060 | 0.064 | 0.058 | 0.0607 | 0.064 | 0.058 | 0.00333 | 0.00267 | | |
| 0.060 | 0.068 | 0.058 | 0.074 | 0.0667 | 0.074 | 0.058 | 0.00733 | 0.00867 | | |
| 0.070 | 0.079 | 0.089 | 0.088 | 0.0853 | 0.089 | 0.079 | 0.00367 | 0.00633 | | |
| 0.080 | 0.098 | 0.100 | 0.089 | 0.0957 | 0.100 | 0.089 | 0.00433 | 0.00667 | | |
| 0.090 | 0.119 | 0.120 | 0.095 | 0.1113 | 0.120 | 0.095 | 0.00867 | 0.01633 | | |
| 0.100 | 0.125 | 0.129 | 0.110 | 0.1213 | 0.129 | 0.110 | 0.00767 | 0.01133 | | |



| | | | | | | | | | | | |
|-------------|----------|----------|----------|--------|-------|-------|---------|---------|------------|-----|-----|
| | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
| | | | | | | | | | バネ定数K | 5.0 | N/m |
| おもりの質量m[kg] | 実験1 X[m] | 実験2 X[m] | 実験3 X[m] | 平均値 | MAX | MIN | MAX-平均 | 平均-MIN | 理論値 X=mg/k | | |
| 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.0000 | 0.000 | 0.000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | | |
| 0.010 | 0.014 | 0.015 | 0.015 | 0.0147 | 0.015 | 0.014 | 0.00033 | 0.00067 | 0.01960 | | |
| 0.020 | 0.022 | 0.028 | 0.026 | 0.0253 | 0.028 | 0.022 | 0.00267 | 0.00333 | 0.03920 | | |
| 0.030 | 0.034 | 0.028 | 0.037 | 0.0330 | 0.037 | 0.028 | 0.00400 | 0.00500 | 0.05880 | | |
| 0.040 | 0.051 | 0.055 | 0.044 | 0.0500 | 0.055 | 0.044 | 0.00500 | 0.00600 | 0.07840 | | |
| 0.050 | 0.060 | 0.064 | 0.058 | 0.0607 | 0.064 | 0.058 | 0.00333 | 0.00267 | 0.09800 | | |
| 0.060 | 0.068 | 0.058 | 0.074 | 0.0667 | 0.074 | 0.058 | 0.00733 | 0.00867 | 0.11760 | | |
| 0.070 | 0.079 | 0.089 | 0.088 | 0.0853 | 0.089 | 0.079 | 0.00367 | 0.00633 | 0.13720 | | |
| 0.080 | 0.098 | 0.100 | 0.089 | 0.0957 | 0.100 | 0.089 | 0.00433 | 0.00667 | 0.15680 | | |
| 0.090 | 0.119 | 0.120 | 0.095 | 0.1113 | 0.120 | 0.095 | 0.00867 | 0.01633 | 0.17640 | | |
| 0.100 | 0.125 | 0.129 | 0.110 | 0.1213 | 0.129 | 0.110 | 0.00767 | 0.01133 | 0.19600 | | |

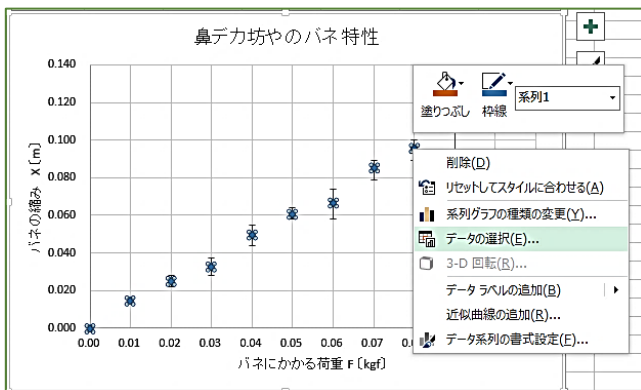


図 2-59

図 2-59 では、理論式の計算を入れる方法です。ばねの縮みの理論値はフックの法則から $X=mg/k$ と計算されますので、上から順番に読み取って行ってください。

ここで重要なのは、ばね定数 k が未知ですので、セル L3 に適当な値 5.0 を入れ、それを絶対参照の形で計算式に入れているところです。絶対参照という言葉は覚えていますか。フィルハンドルしたりしても、このセル L3 の値が変わらず式に使われるということです。キーの「F4」を押せばセルにカギがかけられるのでしたね。

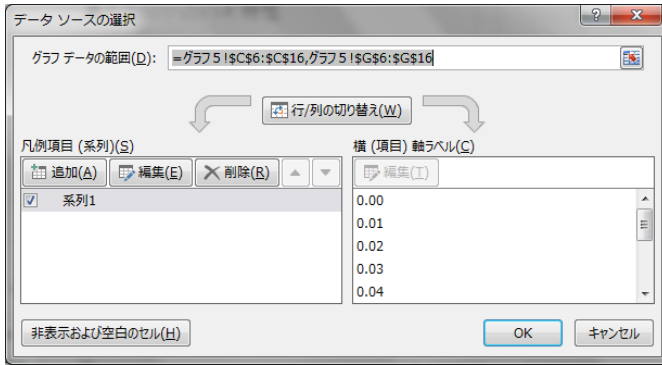
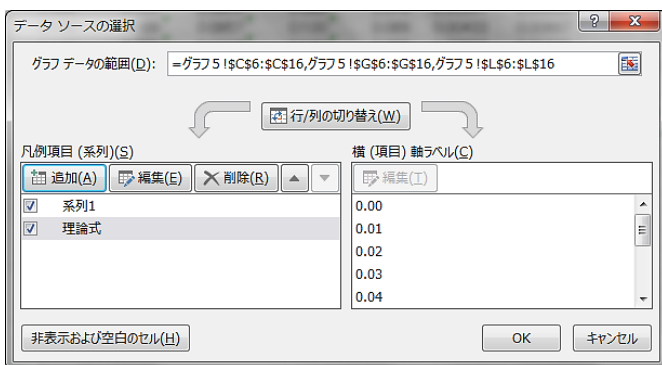
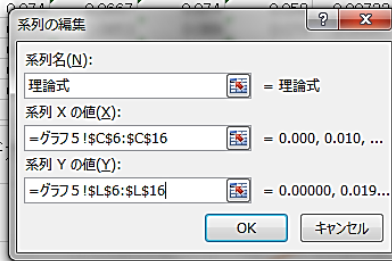


図 2-59 の続きです。理論値の計算表ができたなら実験データを表したグラフに重ねて描いてみます。図 2-59 の一番下のようにデータをクリックしてメニューを出し「データの選択」をクリックします。すると図 2-60 上のダイヤダイアログボックスが出てきます。この「追加」で理論データを入れます。

| | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|----|---|-------------|----------|----------|----------|--------|-------|-------|---------|---------|------------|
| 2 | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | ばね定数k | 5.0 |
| 4 | | | | | | | | | | | N/m |
| 5 | | おもりの質量m[kg] | 実験1 X[m] | 実験2 X[m] | 実験3 X[m] | 平均値 | MAX | MIN | MAX-平均 | 平均-MIN | 理論値 X=mg/k |
| 6 | | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.0000 | 0.000 | 0.000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 |
| 7 | | 0.010 | 0.014 | 0.015 | 0.015 | 0.0147 | 0.015 | 0.014 | 0.00033 | 0.00067 | 0.01960 |
| 8 | | 0.020 | 0.022 | 0.028 | 0.026 | 0.0253 | 0.028 | 0.022 | 0.00267 | 0.00333 | 0.03920 |
| 9 | | 0.030 | 0.034 | 0.028 | 0.037 | 0.0330 | 0.037 | 0.028 | 0.00400 | 0.00500 | 0.05880 |
| 10 | | 0.040 | 0.051 | 0.055 | 0.044 | 0.0500 | 0.055 | 0.044 | 0.00500 | 0.00600 | 0.07840 |
| 11 | | 0.050 | 0.060 | 0.064 | 0.058 | 0.0607 | 0.064 | 0.058 | 0.00333 | 0.00267 | 0.09800 |
| 12 | | 0.060 | 0.068 | 0.058 | 0.067 | 0.0667 | 0.074 | 0.059 | 0.00333 | 0.00867 | 0.11760 |
| 13 | | 0.070 | 0.079 | 0.089 | 0.084 | 0.0840 | 0.094 | 0.079 | 0.00333 | 0.00633 | 0.13720 |
| 14 | | 0.080 | 0.098 | 0.100 | 0.094 | 0.0940 | 0.104 | 0.094 | 0.00333 | 0.00667 | 0.15680 |
| 15 | | 0.090 | 0.119 | 0.120 | 0.114 | 0.1140 | 0.124 | 0.114 | 0.00333 | 0.01633 | 0.17640 |
| 16 | | 0.100 | 0.125 | 0.129 | 0.124 | 0.1240 | 0.134 | 0.124 | 0.00333 | 0.01133 | 0.19600 |
| 17 | | | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | |
| 20 | | | 0.250 | | | | | | | | |
| 21 | | | 0.200 | | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | | | | | |



「追加」ボタンを押すと図 2-60 中のように「系列の編集」とかかれたダイアログが出ます。そこにデータを入れていきます。「系列 X の値」が、おもりの質量の C 列、「系列 Y の値」が L 列のデータになりますので間違わないようにしましょう。ここで「系列名」を「理論式」と書いておきます。「OK」を押して、図 2-60 の下のようになれば「OK」をクリックします。

図 2-61 上のグラフを見てみましょう。これで「理論式」のデータがグラフに入りました。しかし、ばね定数を適当に $k = 5$ としていますので実験値とずいぶんずれています。それに、縦軸の目盛りが固定されていないので、勝手に動いてしまいましたね。

図 2-60

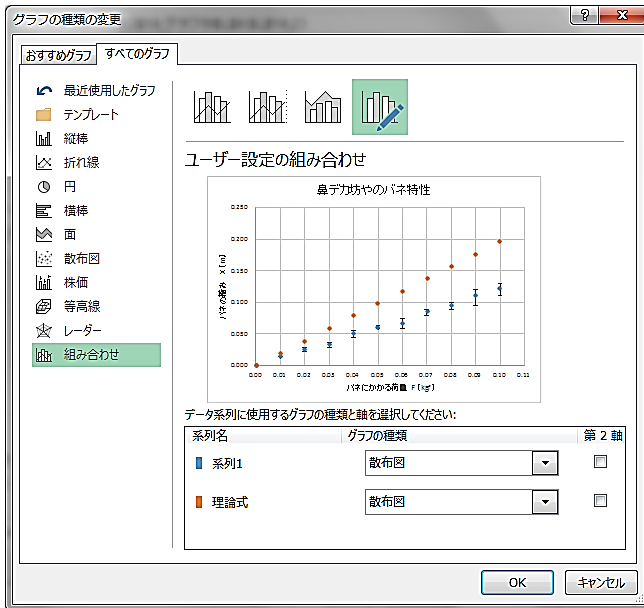
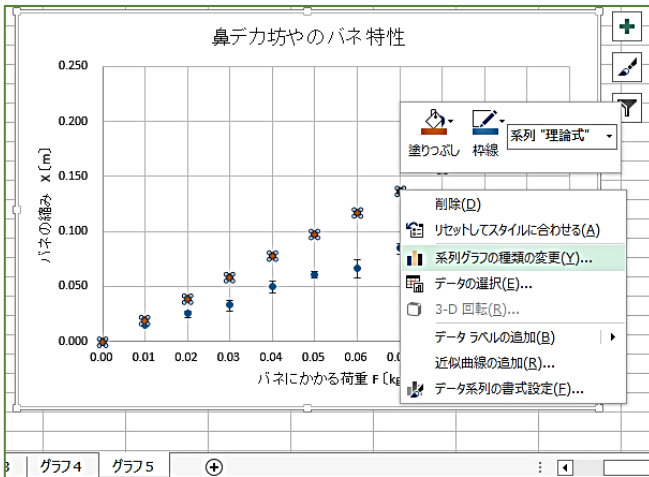
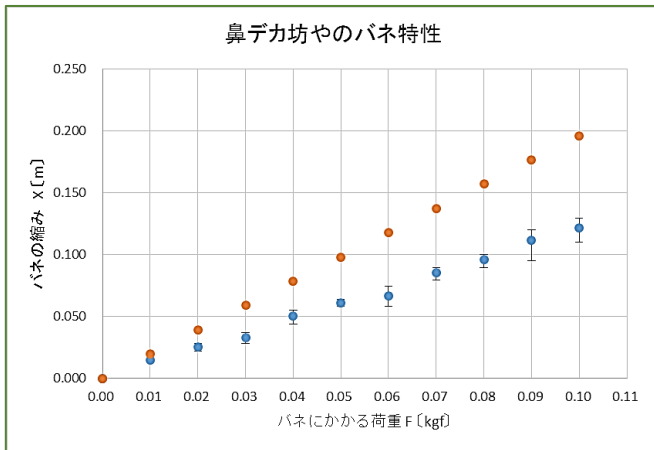


図 2-61

まず図 2-61 上のようなになったグラフのデザインを変えていきます。理論式のデータは、直線にしましょう。エラーバーのついていないプロットが理論値です。このプロットのどれかを右クリックしてメニューを出します。

図 2-61 中のようになりますね。その「系列グラフの種類の変更」をクリックします。

すると図 2-61 下のようなダイアログボックスが出てきます。これはグラフのデザインを変えられるボックスです。

「理論式」の「散布図」となっているところを▼をクリックして、「散布図（平滑線）」を選びます。

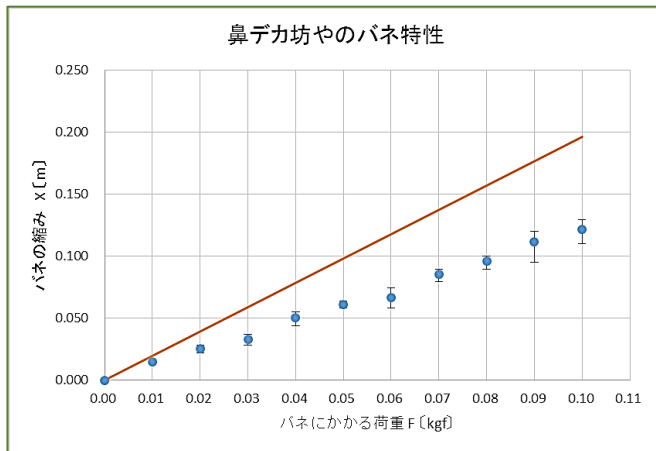
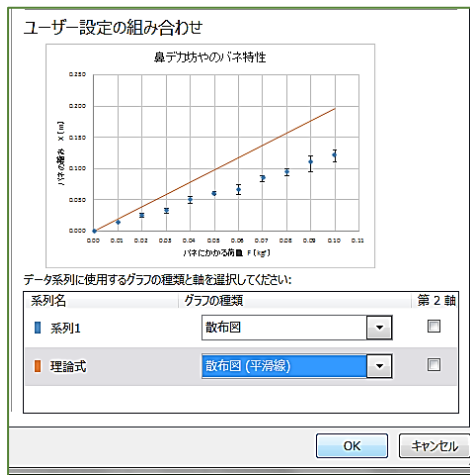
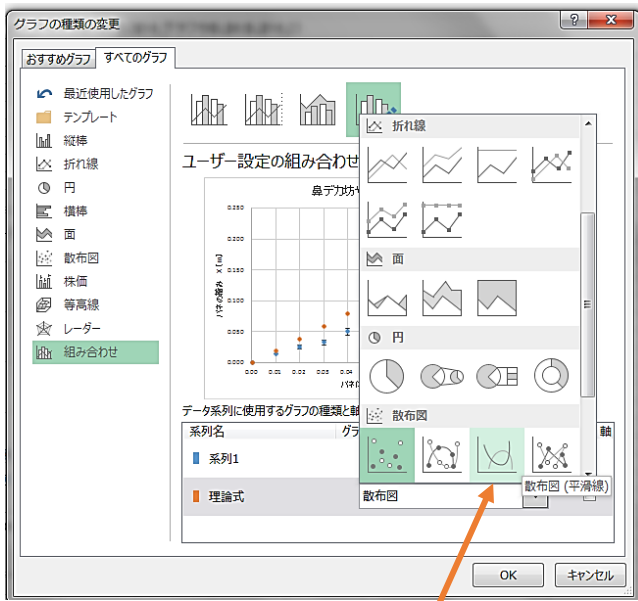


図 2-62 その 1

すると、図 2-62 その 1 の真ん中のようになります。理論式が式らしく直線になっていますね。「OK」を押すと、一番下のようになります。

ついでに縦の目盛りをクリックして縦軸「ばねの縮み X [m]」の最小値を 0.0m、最大値を 0.140m に固定してください。

すると次ページの図 2-62 その 2 のようなグラフになります。

ここからばね定数の値を変えていきながら、実験データとうまく重なるばね定数 k [N/m] を探していけばいいわけです。でも、「うまく重なる」というのはどう判断すればいいのでしょうか。

実は、この実験値と理論値の差を最小にする数学を考えた人がいます。この方法を「最小二乗法」といいます。

1805 年にフランスのルジャンドルが出版した本の中にも書かれていたのが最初と考えられていたのですが、その 4 年後の 1809 年にドイツの数学の巨人ガウス（数学者・物理学者・天文学者）が出した本で、1795 年にすでにこの「最小二乗法」を発見していたことを主張したために、いまではどちらが発明したのかわからんごつなっちゃります。「後だしジャンケン」と言われそうですが、ガウスは、膨大な数学や物理学・天文学の分野での業績がありますので、後世の皆さんは、「ガウスがそう言うんだっただけ」とガウスに敬意を払っているのだと思います。

さてその「最小二乗法」というのはどんなものなのでしょう。

考え方は割とシンプルです。「理論値」と「データ」との差の 2 乗の総和が最小になれば、それが最適な理論式である。というものです。

「うーん」となっている人もいるかもしれませんが、実際にやってみるのが一番です。やってみましょう。

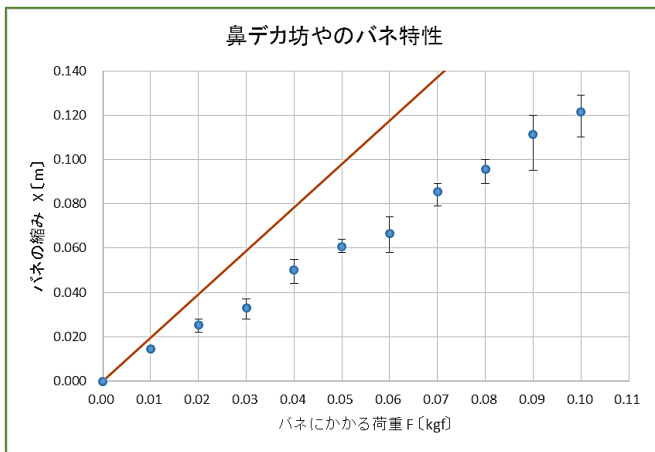


図 2-62 その 2

最小二乗法の適用

図 2-63 を見てください。これまでの表の中に「最小二乗法」と書かれた欄が追加されています。この欄には実験の平均値と理論値の差をとって、それを二乗する計算式が書かれています。なぜ二乗するのかというと、平均値と理論値の差には正になるものと負になるものがあるからです。二乗すればそのマイナスが消えてしまいます。

| | | | | | | バネ定数K | 5.0 | N/m |
|----|--------|-------|-------|---------|---------|------------|----------------|-----|
| | | | | | | 最小二乗法 | | |
| | 平均値 | MAX | MIN | MAX-平均 | 平均-MIN | 理論値 X=mg/k | (平均値-理論値)^2 | |
| 00 | 0.0000 | 0.000 | 0.000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | =(\$G6-\$L6)^2 | |
| 5 | 0.0147 | 0.015 | 0.014 | 0.00033 | 0.00067 | 0.01960 | | |
| 6 | 0.0253 | 0.028 | 0.022 | 0.00267 | 0.00333 | 0.03920 | | |
| 7 | 0.0330 | 0.037 | 0.028 | 0.00400 | 0.00500 | 0.05880 | | |
| 4 | 0.0500 | 0.055 | 0.044 | 0.00500 | 0.00600 | 0.07840 | | |
| 8 | 0.0607 | 0.064 | 0.058 | 0.00333 | 0.00267 | 0.09800 | | |
| 4 | 0.0667 | 0.074 | 0.058 | 0.00733 | 0.00867 | 0.11760 | | |
| 8 | 0.0853 | 0.089 | 0.079 | 0.00367 | 0.00633 | 0.13720 | | |
| 9 | 0.0957 | 0.100 | 0.089 | 0.00433 | 0.00667 | 0.15680 | | |
| 5 | 0.1113 | 0.120 | 0.095 | 0.00867 | 0.01633 | 0.17640 | | |
| 0 | 0.1213 | 0.129 | 0.110 | 0.00767 | 0.01133 | 0.19600 | | |

図 2-63

「最小二乗法」

理論値と実験データの平均値との差の二乗をデータ毎に取り、その和が最小になるような理論曲線（直線）を見つける方法。「回帰分析」ともいう。

それをすべて加えて図 2-64 のように、合計する関数 =SUM(M6:M16) を使えば合計が出ます。SUM というのは合計という言葉の意味です。 =SUM() とセル M17 に書いて() の中をクリックして(I)として M6 から M16 までドラッグするとはやいですよ。

そして、ばね定数の値を少しずつ変えながら、この合計を見ていきます。そしてその合計が一番小さくなった時が、実験値の平均と理論値が最接近した時と判断するわけです。

それでは、この後は自分で最適化されたばね定数 k を見つけてください。これは次ページの問題になっています。

余談ですが、平均値と理論値の距離を出して合計する方が、ちょっと見ると理にかなっているように見えます。しかし「差の二乗の和」の方が統計理論では有用なのです。実はこれが数学の統計理論の肝になっているらしく、「差の二乗」は、このあと顔を出すことになります。

| | | | |
|---------|------------|--------------|--|
| ばね定数K | 5.0 | N/m | |
| 最小二乗法 | | | |
| 平均-MIN | 理論値 X=mg/k | (平均値-理論値)^2 | |
| 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| 0.00067 | 0.01960 | 2.43378E-05 | |
| 0.00333 | 0.03920 | 0.000192284 | |
| 0.00500 | 0.05880 | 0.00066564 | |
| 0.00600 | 0.07840 | 0.00080656 | |
| 0.00267 | 0.09800 | 0.001393778 | |
| 0.00867 | 0.11760 | 0.002594204 | |
| 0.00633 | 0.13720 | 0.002690151 | |
| 0.00667 | 0.15680 | 0.003737284 | |
| 0.01633 | 0.17640 | 0.004233671 | |
| 0.01133 | 0.19600 | 0.005575111 | |
| 合計 | | =SUM(M6:M16) | |

パソコンでの数字の表記

$$2.43378E-05 = 2.43378 \times 10^{-5} \\ = 0.0000243378$$

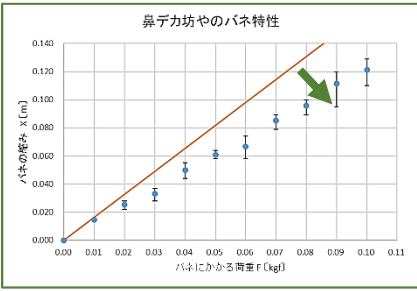
最小二乗法を使う問題

鼻デカ坊やハネのばね定数 k を最小二乗法を使って有効数字 2 桁で決定せよ。

実際の操作

このばね定数 k の値を、5.1, 5.2, 5.3...と手動で変えて行きながら、グラフの直線を観測する。すると下のグラフのように直線がデータに近づいていく。

| | | | |
|---------|------------|-------------|--|
| ばね定数K | 5.0 | N/m | |
| 最小二乗法 | | | |
| 平均-MIN | 理論値 X=mg/k | (平均値-理論値)^2 | |
| 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| 0.00067 | 0.01960 | 2.43378E-05 | |
| 0.00333 | 0.03920 | 0.000192284 | |
| 0.00500 | 0.05880 | 0.00066564 | |
| 0.00600 | 0.07840 | 0.00080656 | |
| 0.00267 | 0.09800 | 0.001393778 | |
| 0.00867 | 0.11760 | 0.002594204 | |
| 0.00633 | 0.13720 | 0.002690151 | |
| 0.00667 | 0.15680 | 0.003737284 | |
| 0.01633 | 0.17640 | 0.004233671 | |
| 0.01133 | 0.19600 | 0.005575111 | |
| 合計 | | 0.021913022 | |



直線がデータに近づいたら、この(平均値-理論値)^2 の合計が最小になる値を探し出す。最小になった時の値が、この実験で最も信頼できる近似曲線となり、下のグラフのように、データ分布と理論直線がしっかり重なる。

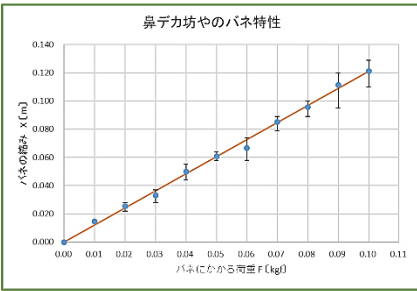


図 2-64

結果的に、この実験で使われたばね定数 k の値を、実験で確定したことになる。

さあ、ばね定数はいくらになったか、周りの仲間と確認しあおう！



特別講義

有効数字の表し方

皆さんは高校に入って、物理や化学、生物や数学などの科学の講義の中で「有効数字」という言葉が出てきて戸惑った人が多いことと思います。まずちゃんと教える場がなかなかなく、「有効数字」については、なんとなく経験でそれとなく使ってしまうことが多いと思います。

ここでは、その「有効数字」をしっかり講義しようと思います。最後の問題が解けた人は、解答をもらって答え合わせをしてください。

まず「**鼻デカ坊や実験**」でも図 2-64 の下のように見慣れない数字が出てきてびっくりしたのではないのでしょうか。これはエクセルの故障ではなく、ちゃんとした科学表記と言われる数値の表現方法なんだ。まずそこから講義を始めることにしよう。

大きい数 小さい数の表し方

地球から太陽までの距離 1 AU

$$1 \text{ AU} = 150000000000 \text{ [m]}$$

電子の質量 m

$$m = 0.00000000000000000000000009109 \text{ [kg]}$$



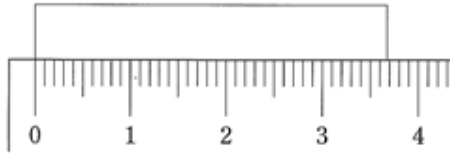
10 の累乗を使うと地球から太陽までの距離 1AU

及び電子の質量 m は次のように表わされる。

$$1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^{11} \text{ [m]}$$

$$m = 9.109 \times 10^{-31} \text{ [kg]}$$

このように $A \times 10^n$ ($1 \leq A < 10$) の形での表現を**科学表記**という。



測定値と有効数字

理数系の実験では、測定器具を用いて長さや体積などの量を測定する。ここでは図のような棒の長さ L を最小目盛りが 1mm の物差しで読み取る場合を例に、目盛りの読み方と測定値の扱い方をレクチャーする。

一般に私たちは、測定器具の最小目盛の 10 分の 1 までを目分量で読み取ることができる。図の場合、棒の長さは、 36.7mm と読み取れる。この 36 は目盛りから読み取れる「**確かな**」数だが、終わりの 0.7 は人によって 0.6 になったり 0.8 になったりする「**不確かさ**」を持つ。このとき 7 という数字は**誤差を含む**という。しかし、読み取られた数値 $3, 6, 7$ はいずれも測定した意味のある数値である。この数値を**有効数字**といい、このとき「**有効数字は 3 桁**」という。有効数字の最後の数値は誤差を含んでいるということになる。このとき「**誤差は $\pm 0.1\text{mm}$ である**」という。有効数字の桁数が大きいほど、より精度の高い数値ということになる。

われわれ人間は、自然を観測したり測定したりする上では、この誤差から逃れることはできない。突き詰めていくと、絶対的な長さといったものは果たして存在するのかという問題にもなる。観測値の輪郭はくっきりしているのではなく、いつもボヤっとしているのである。

課題 2 - 8

測定値と有効数字についての講義をマスターし、問 1 から問 4 までの問題に答えよ。

有効数字の表し方

例えば 12000 [m] という測定値の場合、0 が有効数字なのか、位取りの 0 なのか不明なため、有効数字の桁数が定められない。そのため、例えば有効数字が 3 桁である場合（100 m の桁に誤差を含む場合）次のように科学表記する。

$$1.20 \times 10^4 \text{ [m]}$$

科学表記の 1.20 は有効数字が 3 桁であることを意味しており、 10^4 は全体の数値が 4 桁の数字であることを言っている。

このとき 1.20 の 0 の桁に誤差を含むことになり誤差 $\pm 100 \text{ m}$ となる。

また 218 mm と 218.0 mm では測定値の有効数字が違う。218 mm は有効数字 3 桁で

$$2.18 \times 10^2 \text{ mm}$$

と書けるが、218.0 mm は有効数字 4 桁で

$$2.180 \times 10^2 \text{ mm}$$

と書ける。

測定値を使った計算

1. 測定値同士の足し算引き算

ルール 最下位の桁の最も高いものに最終結果の最下位の桁をそろえる。

例 $2.34 + 1.3 \doteq 3.6$

解説 最下位の桁が最も高いのは 1.3 なので、それに答えを合わせると、実際は 3.64 だが小数第 2 位を四捨五入して 3.6 が信頼できる値とする。ただ重要なのは、いくつも式があるときは、計算の途中では誤差を考えずに 3.64 のまま計算していく。どんどん桁を計算途中で繰り上げていくと、最後は 3 になったという笑えない話になる。複数個の計算式がある場合は、その中でいちばん有効数字の桁が小さい数値に合わせることになる。

測定値を使った計算 つづき

2. 測定値同士の掛け算・割算

ルール 有効数字の桁数の最も小さいものに最終結果の桁数をそろえる。

例 $2.34 \times 1.3 = 3.042 \div 3.0$

解説 有効数字の桁は 1.3 が 2 桁しかなくそれに合わせる。3.042 の 0.042 の中には誤差が含まれている。よって小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位までの値 3.0 が信頼できる値である。このとき 0 は誤差を含んでいることに注意。ここでも、この値を次の計算に使うときには 3.042 をそのまま使う。

3. 定数を含む計算

ルール 測定値の桁数より定数を一桁多くとって計算する。

例 半径 4.23 [cm] の円の面積

$$\begin{aligned} S &= \pi r^2 = 3.1415926 \cdots \times 4.23^2 \\ &= 3.142 \times 4.23^2 \\ &= 56.2194918 \\ &= 56.2 \text{ [cm}^2\text{]} \end{aligned}$$

解説 半径が有効数字 3 桁なので、円周率をそれより一桁余分にとって、3.142（第四位を四捨五入）で計算し、最終結果を半径の有効数字の 3 桁にそろえている。

例 底辺 5.4 cm , 高さ 2.5 cm の三角形の面積 S は

$$\begin{aligned} S &= 5.4 \times 2.5 \div 2 \\ &= 6.75 \\ &= 6.8 \text{ [cm}^2\text{]} \end{aligned}$$

解説 $\div 2$ の 2 は有効数字が無限桁と考える。よって結果の桁数には影響しない。

問題1 次の数値を科学表記にせよ。

0.0203 m

0.02030 kg

問題2 有効数字に注意して計算し科学表記で表せ。

(1) $3.0 \times 10^2 \times 10^3$

(2) $2.03 \times 10^3 \times 3.0 \times 10^4$

(3) $6.02 \times 10^{23} \times 10^{-24}$

(4) $\frac{1.04 \times 10^6}{2.0 \times 10^2}$

(5) $\frac{3 \times 10^{-23}}{10^{-3}}$

(6) $\frac{10^6}{4 \times 10^{-9}}$

(7) $\frac{18.0}{6 \times 10^{23}}$

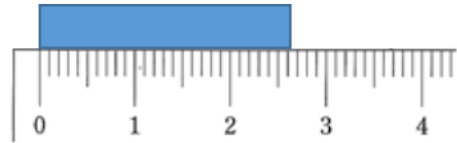
(8) $2.050 \times 10^2 \times 0.003$

(9) $\frac{5.76 - 5.3}{2.0 \times 10^{-22}}$

(10) $(5.6 - 10.6) \times (10^2)^{-3}$

問題3 ものさし (1mm 最小単位) で
長さを測定した。以下の問いに答えよ。

- (1) 右の図から長方形の物体の長さを読み取れ。
- (2) 読み取り誤差はいくらか。
- (3) 測定値の有効数字は何桁か。
- (4) 測定値を科学表記で表せ。単位は m とする。



問題4 有効数字を考えて以下の問いに答えよ。

- (1) 実験から電卓による計算結果

$$D = 10387.678 \text{ [m]}$$

を得た。次の問いに答えよ。

- ① 有効数字が4桁である場合、どこに誤差を含むか。
 - ② この計算結果を示す場合、有効数字4桁だとどのような科学表記をすればよいか。
 - ③ 有効数字2桁のときはどのように科学表記すればよいか。
- (2) アボガドロ数を $N = 6.02 \times 10^{23}$ とするとき有効数字は何桁か。