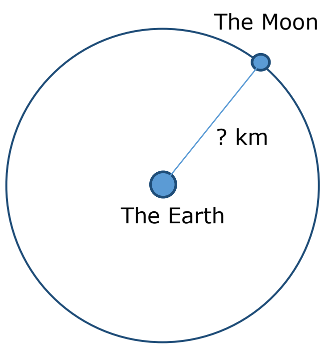
模擬探究　2
月までの距離を自力で求める

— Fly me to the moon 計画 —

「月までの距離を自分の力で測定する方法はないのだろうか」と考えた人間がいるとします。普通の人はこんなことは考えません。でも、探究する人というのは、こういった問いを自分で創り出す人なのです。

しかし、問題を見つけ出したとしても、大体の人はどうやっていいかわからずそのまま終わってしまいます。知ったかぶりの人は「それってレーザー使って月からの反射でかなり正確な距離が出るよ。光の速さはかなり正確に分かっているからね。」とまるでさっきまでやっていたようなことをいいます。そんな人には「レーザーを反射させる鏡を月にどうやって置くの？」と聞けばいいのです。まだグチャグチャ言っているかもしれませんが、そのうち何も言わなくなるはずです。

しかし、反論した自分も問題を創り出していながらその解き方が分からないのだから五十歩百歩ですね。どうも研究に必要な力は「**問題を見つけ出す力**」だけではなさそうです。大体「月までの距離を自分の力で測定する方法」なんて問題が大きすぎる。この問題に取り組むには自分には知識がない。ギブアップするしかないのでしょうか。



自分の見つけ出した問題を解くには、それに関係した勉強をする必要があります。「**問題を解く力**」と言われているものです。「結局勉強しろってことか」とつぶやく必要はありません。話は逆なのです。自分の見つけ出した問題を解くために、君は関係する知識を吸収するようになる。宿題や入試のための勉強より何倍も面白いはずです。そんなふうに勉強しようよってことなんです。勉強は入試のためだけにあるわけではないのです。むしろ、自分が見つけ出した問題を解決するためにいろんな方面の知識を理解する、これこそが勉強なのです。

研究の 3 要素 問題を見つけ出す力 問題を解く力 粘り強く考える力 By Dr.OHGURI

そして最後にもう一つ大事なことがあります。「**粘り強く考える力**」です。「問題を見つけ出す力」に加えてこの 2 つを主張しているのは、理論物理学者の大栗博司です。彼は、博士論文のための研究で超弦理論が予言する粒子

の質量を計算機で出したところ、90，462，1540，… という不思議な数字の列が出てきました。当時この数列の意味は分からず、結果が出てきたことに満足していたそうです。しかしあの数字の列は何なのだろう。時間が経つにつれ、彼の解くべき問題の一つとなっていきました。解答にたどり着いたのはそれから 20 年後、アメリカで夕立にあって友人と雨宿りしているときだったといいます。研究の話をしていて「あっ！」とこの数値の意味が分かったのです。何と２０年も考え続けたことになります。この発見は現在「マチュー・ムーンシャイン」と名付けられて世界中で研究されているそうです。「マチュー・ムーンシャイン」って何？それは筆者もわかりません。ただ月（ムーン）が出てくるのでこの話を採用しました。なにか？

最初の問題に戻りましょう。「月までの距離を自分の力で測定する方法」はどうやって解決していけばいいのでしょう。この**模擬探究２**では、これまでの話を具体的に疑似体験しながら、グループでこの問題に取り組んでもらおうと思います。

研究の背景

私を月まで連れてって

この話の主人公を M 君とします。

M 君は月までの距離は大体 40 万 km であるということは本を読んで知っていました。しかし、人類はどうやってこの距離が分かったのでしょう。M 君が「月までの距離を自分の力で測定する方法」に興味を持ったのは、数学の授業の時に三角測量の話が出たのがきっかけでした。このとき M 君は、小学校の時に出てきた簡単な**図２**のような三角測量は知っていましたが、これでは山の高さなどを計測するには無理があります。ところが、高校に入って数学の授業で「山の高さの場合は、２か所の地点から計測するとわかる。その２か所の間の距離はわかってなきゃいけないけどね。」という話を聞きました。「あっ！」と思った M 君は「それじゃ、月までの距離も測れるんじゃないの？」と思いすぐ図に描いてみたのが**図３**です。たしかに地球上の A 点からの月の方向の角度と B 点から見た月の方向の角度が分かれば作図から求められそうです。こんなふうにして月までの距離を求めた

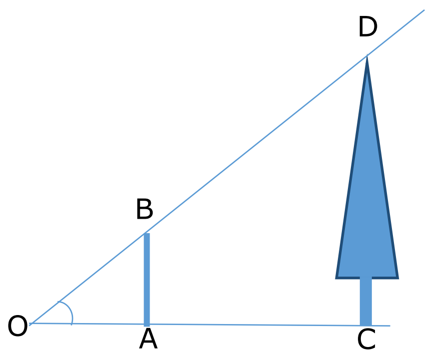


図２　三角測量の基礎
長さの分かっている棒 AB を準備する。棒 AB までの距離 OA と高い木までの距離 OC が分かると⊿OAB と⊿OCD とが相似になって木の高さを計算することができる。

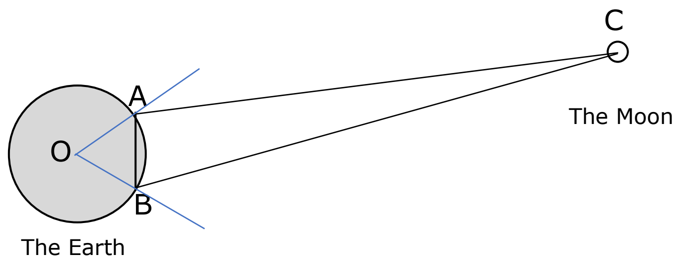
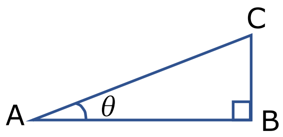


図３　月までの距離を測る
同じ経度の線上にある地点 A,B それぞれの方向から同時刻に月の方向の鉛直方向からの角度を測定すれば、月までの距離を理論的に求めることができる。

人がいるのでしょうか。M 君の心は踊りました。M 君がいる経度と同じ経度上にいるできるだけ南の国の研究仲間をネットで見つけ出そう。その仲間とメールを交換しながら、同時刻に月の見える位置を、鉛直線からどのぐらいの角度かを出してもらえばいい。これは画期的な研究だっ！



tan（タンジェント）
上の直角三角形で
tanθ=BC/AB のこと

しかし M 君は、**図 3** の方法ではうまくいかないことをみつけます。理論的にはできそうでも、計測するときの誤差が大きすぎてうまく測れないことが分かったのです。

この意味を、図 3 を図 4 のように AC=BC の二等辺三角形としてシンプルに考えてみましょう。月までの距離 DC を 40 万 km 程度と仮に見積って、**図 4** の距離 AD を 2000km と置きます。

M 君は∠CAD $=\theta$ としてその tan（タンジェント）の式を書いてみました。

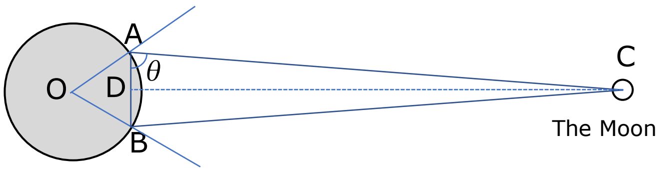


図４　月までの距離を測るⅡ

すると

$$\tan\theta = \frac{400000}{2000} = 200$$

この値を関数電卓で求めてみたら

$$\theta = 89.7°$$

となります。分度器で角度を測れると思っていた M 君はショックでした。ほとんど 90°　です。分度器では 0.1°は目測でもちょっと分度器が動くと計れません。先生に聞くと測定誤差の中に観測値がある場合は、測定は不可能だと言われました。

それでも M 君はあきらめませんでした。というより楽しいのです。もし、自分の力だけで月までの距離を見つけることができたら何かすごいことを発見したことになると思えたからです。これが「**粘り強く考える**」の本当の意味です。

そして、M 君に月の神様がほほ笑む時が来ます。地理の時間に、最初に地球の大きさを推定したすごい人がいることを知ったのです。なぜ、地球の大きさを知ることができたら月までの距離が分かるかって？それには、それまで M 君が考え続けた成果があったからでした。

地球の大きさが分かれば…

M 君は、まず地球が球体だというのはいつごろから分かっていたのか調べてみました。実は神話に頼らず、物事を合理的にみていこうとする考えは、紀元前 540 年ぐらいからギリシャで始まっていたらしいのです。ギリシャの哲学者たちは、客観的な事実から地球が球体だという仮説にたどり着いていました。その根拠として考えられたのは次のようなことでした。

根拠その 1

船が水平線のかなたに消えていくときに一番最後まで見えているのは、マストの先端だという事実。

根拠その 2

月食は、月に地球の影が映っているのだという説。

根拠その 3

何より月が丸いことは、地球も丸く球体であるという根拠。

M 君はギリシャの哲学者になったつもりで、月食は月に地球の影が映っていると仮定してみました。ここで**図 5** のように太陽は十分に月や地球から遠くにあり、そこから出てくる光は地球や月の軌道のサイズでは、平行光線とみなしてよいとします。つまり、**図 4** で M 君が計算で示したように、月は地球のどこから見てもほとんど同じ角度の方向に見えることと同様の発想です。

すると、月食の画像が手に入れば、それは地球と月の大きさの比を表していることになります。

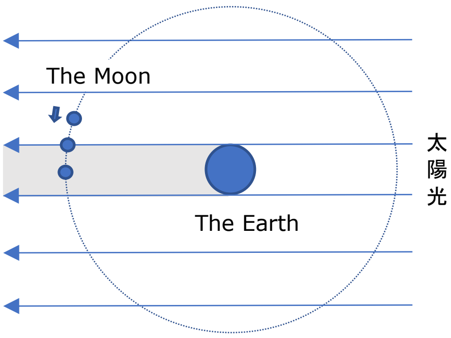


図 5　月食のイメージ

仮に地球の大きさが分かったとします。すると月の大きさは月食の観測から求めることができることになるのです。

ここまで考えを進めてきた M 君はこのとき**図 2** を思い出していました。この小学生の時学んだ三角測量を使えば、月までの距離を求められることに気が付いたのです。

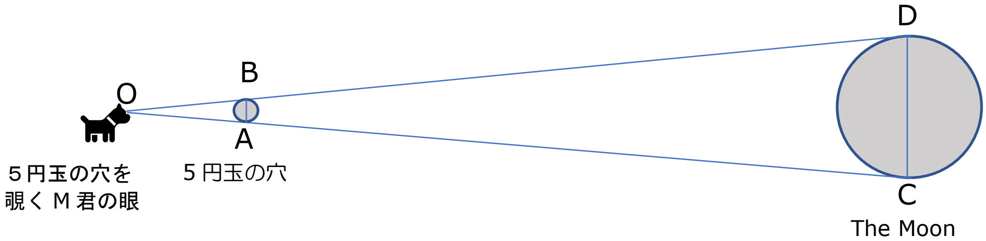


図 6　月までの三角測量

M 君は**図２**の **AB** に五円玉硬貨を使うことを思いつきました。月が満月の時、五円玉硬貨の穴から月を覗いて、ちょうど五円玉の穴の大きさに月が収まる距離が分かれば**図６**のように描けることになります。すると、月の大きさが分かっていれば月までの距離が計算できることが分かったのです。

問題１

図６の５円玉の穴を使った月までの三角測量の図を使って、どうやって月までの距離が分かるかチームで話し合いなさい。

問題２

図７の画像は 2018 年 1 月 31 日の皆既月食の記録である。左上から右の方に向かって次第に地球の影で月が隠されていく様子が記録されている。一番下の右端の画像は、完全に地球の影に隠れているが、露出を上げたために薄明るく見えている

この画像から地球の半径は月の半径の何倍か、コンパスを使って割り出しなさい。チームでできるだけ多くの作図をして平均値を求めること。

図７　2018 年 1 月 31 日　皆既月食

地球の大きさを求めた最初の人

M 君は地球の大きさを人類最初に求めたという人に夢中になり、詳しく調べ始めました。その人の名はエラトステネス。紀元前 276 年頃に今のリビアに生まれたエラトステネスは、当時地中海世界の知性の中心であったアレクサンドリアの図書館の館長（今でいえば大学の学長職のような立場だそうだ）になります。

ある時、彼はアスワン（当時のシエネ）に住む人からある井戸の話を聞きます。その井戸は、毎年 6 月 21 日（夏至の日の正午）になると、太陽がこの井戸の真上から差し込み井戸の底を明るく照らすというのです。

図８　アレクサンドリアとシエネの位置

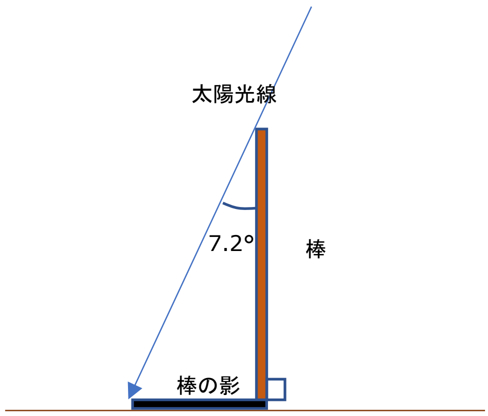
エラトステネスは、アレクサンドリアである実験を行いました。棒を地面に垂直に立て、夏至の 6 月 21 日の正午に太陽光線とこの棒がなす角度を測ったのです。

結果は 7.2°でした。

エラトステネスは、この 7.2°という値とシエネからアレクサンドリアまで人が歩いてどのぐらいかかるかという商人達の話からおよその距離を出し地球の円周を算出したといわれています。その値は、現在知られている値と 15%程度の誤差しかなかったといわれてます。

問題３

図９のエラトステネスの実験を参考に、世界地図帳を使って地球の半径を算出しなさい。



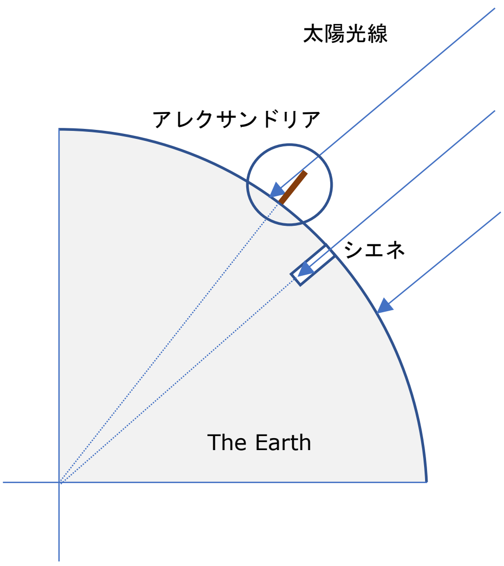


図９　エラトステネスの実験

研究の目的

ここまでM 君は準備してきて、いよいよ自分の「きみろん」の探究活動のテーマと目的を明確にすることができました。
テーマ「月までの距離を自力で求める」
背景を調べると、一つ一つのことはすでに先人が求めています。しかし、将来学校の先生を目指しているM君は、自分たちの力で月までの距離を求めることができたら、これは新しい理科教育の方法を提案できるのではないかと考えたのです。そこで、この探究活動の目的を

目的
　エラトステネスの方法を、現代のGoogle Mapを使って再現し、合わせて月食の画像と満月の三角測量の方法を組み合わせて、自分たちの力で月までの距離を求めることを目指す。この教育実践を普及させることで、子供たちに人間の知恵のすごさを実感してもらうことを目標とする。

この探究活動の仮説は何かというと、目的の中に暗に書かれていますね。それは、このインターネット社会において子供たちが考えるという行為が面白いと考えるには、人の知恵を使って、必要な情報を組み合わせ新しい結果を生み出すことだという仮説です。

探究の方法

ここまでで月までの距離を自力で測定する方法が見えてきました。次の 3 つの段階を踏んで、月までの距離を導くことにしましょう。分からないところが出てくると思いますが、チームで話し合い精度の良い実験を目指しましょう。

1．Google マップを使って、西高のグランドに同じ経度の２点を探し出し、その２点を**歩測**することで距離を割り出す。
2．その２点の緯度の違いから地球の一周の距離及び直径を計算で出す。
3．月食の画像から求めた地球と月の大きさの比較と測定した地球の大きさの値から、月の直径を導く。
4．5 円玉を使って、地球から見た月の三角測量の結果から地球から月までの距離を割り出す。

【歩測】まず自分は何歩で何 m 歩くことができるかを前もって割り出しておく。理科棟の物理室前の通路にメジャーが準備してあるので、それを使って、自分の歩測を測定しておく。

例　平均 30 歩=20.08m の人
　10 歩=6.69m
　もちろん
　30 歩=20.08m
　としてもよい。

注意　スリッパではなく実際に外に出て歩くときの靴で測定する。

グーグルマップの使い方

図 10　グーグルマップを開き宮崎西高校の地図を出す

図 11　地図左下から「航空写真」を選ぶ

図 12　経度は南北に引かれている。例えば上の写真は西高の第２グランドのテニスコートと野球グランドとの境界の支柱にポイントの**赤い風船**をクリックして付けたところである。このポイントの位置は東経 131.387063°北緯 31.907418°のところである（図 13 参照）。ここで、経度の 131.387063°はほとんど変えずに南の方の（地図の上下が南北）野球グランドのネット支柱の近くに次の点を探す。ポイントを見つけたら、班のみんなで第２グランドに飛び出そう。靴を履いてその２点を割り出し、全員で歩測して平均を出そう。プリントアウトした Google map の図を持っていると確実だね。

図 13　航空写真のどこか一点をクリックし、赤い風船マークを付けると、Google マップの隅にその点の緯度と経度の数値が出てくる。

【31.907418 って？】これは北緯 31 度 54 分 26.7 秒ということとおなじだが、Google マップではこのように 10 進数で度が表されているので、計算に便利だ。どうやってこれを計算に持っていくのかって？それが**模擬探究 1** のテーマだ。秘密だね。

結果

自分たちのチームの結果を全員分結果として出し、誤差を検討してみましょう。最大値と最小値を除き、その間のデータを平均するということもよくやられます。

考察と結論

この実験で出た数値は、もちろん現在知られている値とは少し異なっていると思います。どの程度まで正確なのだろうか。それを評価するのも大事なことです。歩測だと±〇〇ｍの誤差が出る。五円玉の観測だと、±△△ｍの誤差、そして、月食の画像測定では±■■の誤差があり、それらを組み合わせると、正確な月までの距離は有効数字がもし 2 桁なら△. △×10$^{▲△}$km であるといった結論を導き出せれば、研究として高校生レベルになります。この「**有効数字**」という考え方を次のページにに簡単にまとめたのでしっかり実験に入る前にマスターしておいてください。

参考文献

参考文献は、このテキストに書いてある書式を守って書き出しましょう。調べてみたＨＰ，本、論文などしっかり記録しておきます。すると、君たちの研究をみた人が、教育関係者が、きっと足を止めて君たちのポスター発表に耳を傾けることでしょう。

模擬探究のポイント

有効数字とは何か！

大きい数 小さい数の表し方

地球から太陽までの距離 1 AU

1 AU ＝150000000000〔m〕

電子の質量 m

m＝0.0000 00000 00000 00000 00000 00000 09109〔kg〕

10 の累乗を使うと地球から太陽までの距離 1AU 及び電子の質量 m は次のように表わされる。

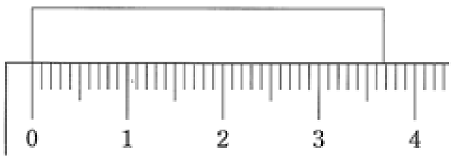
1AU＝1.5×10^{11}〔m〕

$m=9.109\times10^{-31}$〔kg〕

このように $A\times10^{n}$ （$1\leqq A<10$）の形での表現を**科学表記**という。

測定値と有効数字

理数系の実験では、測定器具を用いて長さや体積などの量を測定する。ここでは図のような棒の長さ L を最小目盛りが 1mm の物差しで読み取る場合を例に、目盛りの読み方と測定値の扱い方をレクチャーする。



一般に私たちは、測定器負の最小目盛りの10分の１までを目分量で読み取ることができる。図の場合、棒の長さは、 36.7 mm と読み取れる。この 36 は目盛りから読み取れる「**確かな**」数だが、終わりの 0.7 は人によって 0.6 になったり 0.8 になったりする「**不確かさ**」を持つ。このとき 7 という数字は**誤差を含む**という。しかし、読み取られた数値 3，6，7 はいずれも測定した意味のある数値である。この数値を**有効数字**といい、このとき「**有効数字は 3 桁**」という。有効数字の最後の数値は誤差を含んでいるということになる。このとき 「**誤差**は ±0.1mm である」という。有効数字の桁数が大きいほど、より精度の高い数値ということになる。

われわれ人間は、自然を観測したり測定したりする上では、この誤差から逃れることはできない。突き詰めていくと、絶対的な長さといったものは果たして存在するのかという問題にもなる。観測値の輪郭はくっきりしているのではなく、いつもボヤっとしているのである。

有効数字の表し方

例えば 12000 〔m〕という測定値の場合、 0 が有効数字なのか、位取りの 0 なのか不明なため、有効数字の桁数が定められない。そのため、例えば有効数字が 3 桁である場合（ 100 m の桁に誤差を含む場合）次のように**科学表記**する。

1.20×10^{4}〔m〕

科学表記の 1.20 は有効数字が３桁であることを意味しており、 10^{4} は 全体の数値が4 桁の数字であることを言っている。

このとき 1.20 の 0 の桁に誤差を含むことになり**誤差** ±100 m となる。

また218 mm と 218.0 mm では測定値の有効数字が違う。218 mm は有効数字 3 桁で

2.18×10^{2} mm

と書けるが、 218.0 mm は有効数字 4 桁で

2.180×10^{2} mm

と書ける。

測定値を使った計算

１．測定値同士の足し算引き算

ルール　最下位の桁の最も高いものに最終結果の最下位の桁をそろえる。

例　$2.34+1.3 \fallingdotseq 3.6$

解説　最下位の桁が最も高いのは 1.3 なので、それに答えを合わせると、実際は 3.64 だが小数第 2 位を四捨五入して 3.6 が信頼できる値とする。ただ重要なのは、いくつも式があるときは、計算の途中では誤差を考えずに3.64 のまま計算していく。どんどん桁を計算途中で繰り上げていくと、最後は 3 になったという笑えない話になる。複数個の計算式がある場合は、その中でいちばん有効数字の桁が小さい数値に合わせることになる。

２．測定値同士の掛け算･割算

ルール　有効数字の桁数の最も小さいものに最終結果の桁数をそろえる。

例　$2.34\times 1.3=3.042 \fallingdotseq 3.0$

解説　有効数字の桁は 1.3 が 2 桁しかなくそれに合わせる。3.042 の 0.042 の中には誤差が含まれている。よって小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位までの値 3.0 が信頼できる値である。このとき 0 は誤差を含んでいることに注意。ここでも、この値を次の計算に使うときには 3.042 をそのまま使う。

３．定数を含む計算

ルール　測定値の桁数より定数を一桁多くとって計算する。

例　半径 4.23〔cm〕 の円の面積

$$
\begin{aligned}
S&=\pi r^2=3.1415926\cdots\times 4.23^2\\
&=3.142\times 4.23^2\\
&=56.2194918\\
&=56.2\,〔\mathrm{cm}^2〕
\end{aligned}
$$

解説　半径が有効数字 3 桁なので、円周率をそれより一桁余分に取って、 3.142 （第四位を四捨五入）で計算し、最終結果を半径の有効数字の 3 桁にそろえている。

例　底辺 5.4 cm， 高さ 2.5 cm の三角形の面積 S は

$$
\begin{aligned}
S&=5.4\times 2.5\div 2\\
&=6.75\\
&=6.8\ 〔\mathrm{cm}^2〕
\end{aligned}
$$

解説　÷2 の 2 は有効数字が無限桁と考える。よって結果の桁数には影響しない。