Task 4

「自由研究」との違い

― 高校からの探究活動の意味 ―

ここでは、小学校や中学校の頃に行った「自由研究」と高校からの「探究活動」がどう違うのかを学びましょう。まず、次のページの「**円周率を正確に求めることができるのか**」という研究ポスターを見てください。

皆さんもよく知っている円周率についての研究ですね。この探究活動をした K.U 先輩は、2021 年に本校の代表の一人として、**宮崎 SDG's 教育コンソーシアム**（通称 MSEC エムセック）というところで、この研究を発表しました。これはその時のポスターセッション用として書かれたものです。ポスターセッションというのは、模造紙一枚から２枚の大きな紙に自分の探究活動の内容をまとめ、ポスターの周りに集まってきた人たちを相手に、発表する方法です。

この毎年７月に開催される MSEC は、宮崎北高や延岡高校など SSH 指定校との交流の場でもあります。もちろん三校だけではなく県内から大宮や都城泉ヶ丘などいろんな学校が集まり 300 以上の発表が行われます。本校からは毎年 20 人以上の３年生が発表に参加しています。英語での発表もあり、県内の研究者や教育関係者も多く集まります。他校が、どんな探究活動や取り組みをしているかが学べる貴重な場ともなっています。

さて君は次ページの先輩の発表をMSECの場で聞いたとします。この探究についてどのような評価をしますか。

【Task4 課題】

君は探究発表会 MSEC のポスターセッション審査委員として K.U 先輩の「円周率を正確に求めることができるのか」という発表を聞いた。

1. **君ならどのような評価をするのか。右の評価表の適する欄に丸をし君の評価の理由を述べなさい。**
2. **班の中で評価を出し合い班の評価を決定しなさい。**
3. **各班の結果とその理由を黒板に書きなさい。**

審査表				
◎	○	■	▲	✖

◎大変優れている　○　優れている
■　標準　▲やや劣る　✖かなり劣る

円周率を正確に求めることはできるのか

宮崎県立宮崎西高校　3年9組3番　K.U

Abstract

円周率という魅力的な数をどうやったら求められるのだろうか。この研究では半径1の円の面積がπであることと、円に内接する三角形に着目した。まず、半径 1 の円に内接する正三角形を作り、その各辺を底辺とし円に内接する二等辺三角形をつくる。次に、その二等辺三角形の等しい二辺それぞれを底辺とする二等辺三角形をつくる操作を繰り返す。できた三角形の角度と各辺の長さをそれぞれ漸化式に起こして、それを用いて三角形の面積の総和を求める。これを Excel で計算すると、15 桁まで導出することができた。しかし、ソフトの都合上それ以上導出することはできなかった。また、この方法ではよい多くの桁数を求める場合、桁数に対する計算処理が重く、効率が悪いことが、戦時太氏の方法と比べて明らかになった。今後は、効率が良い方法を目標にして研究をしていきたい。

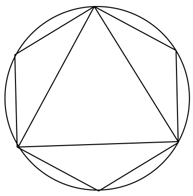
Introduction　目的

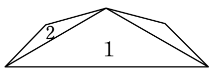
円周率は無理数と聞いた時、どうやったら求められるのだろうと考えた。しかし、無理数なので一発で簡単に求めることはできない。そこで、半径が1の円の面積がπであることに着目した。ここで、円に内接する三角形の面積を求めることはできるので、円を無数の三角形に分割して考えることにした。そこでできた三角形の面積を数列で表しπを求めることにした。

Methods　方法

(1)　円を分割する方法

まず半径1の円において重心と円の中心が一致するように円に内接する正三角形をつくる。次のその正三角形の各辺を底辺とする円に内接する二等辺三角形をつくる。(右図参照) ここで二等辺三角形の等しい二辺それぞれを底辺とする円に内接する二等辺三角形をつくる。これを繰り返す。





(2)　面積を求める方法

右図において1の三角形の等しい二辺の間の角をa_nとおき、2の三角形の等しい二辺の間の角をa_{n+1}とおく。ここでa_nとa_{n+1} について以下の関係が成り立つ。

$$a_{n+1} = \pi - \frac{1}{2}(\pi - a_n)$$

したがって$a_1 = \frac{2}{3}\pi$ より一般項は

$$a_n = \pi - \frac{\pi}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

次に1と2の三角形においてそれぞれ正弦定理より、下の関係が成り立つ。底辺をb_n , b_{n+1} とする。

$$\frac{b_n}{\sin a_n} = \frac{b_{n+1}}{\sin a_{n+1}}$$

また三角形の個数の数列をC_n とすると

$$C_n = 3 \cdot 2^{n-1}$$

よって三角形の面積をS_nとすると

$$S_n = \frac{1}{2} b_{n+1}^2 \sin a_n$$

となり

$$\pi = \sum_{n=1}^{\infty} C_n S_n + \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

が成り立つ。

Results　研究結果

Excel を使って n が 1～50 までの面積を次々足していくと図 A のようになる。また$\lim_{n\to\infty} C_n S_n = 0$ となることが図 B の計算結果から分かる。

n=25 の時の求める和を L_{25} とすると

L_{25}=3.14159265358979

となった。つまり n=25 の時まで計算すれば有効数字 15 桁までを正確に求めることができると分かった。よって私の方法で確かに円周率を求めることができた。しかし Excel の表示には限界があるので、実際にはもっと正確に求められると思われる。

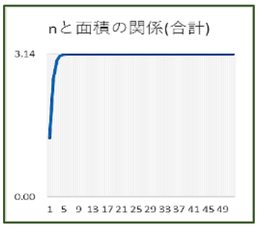


図 A

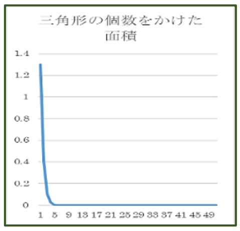


図 B

Discussion & Conclusions　考察・結論

私が考えた方法の良かった点としては数列の考え方を使ったことで式を立てて、あとは代入していくだけで求めることができた点である。改善点としては、ここでは小数点以下を多くとればとるほど正確になるので普通のパソコンではある程度で限界が来てしまうことである。

しかしながら「きみろん Comp.」で学習したモンテカルロ法といった方法にせよ円周率を求めるにあたって面積を使うことは有効な手段だということが改めて分かった。

今後、円周率がより多くの桁数で求めるにあたっても、数学の考え方の発展だけでなく、パソコンのような機械の発展も不可欠であることを改めて実感した。だからこそ、これからは視野を広げて様々な学問にも目を向けていこうと思った。また、円周率という一見パソコンとそこまで関係ないようなものでも、こういった時に、計算機能の有能性や桁数の限界を実感する。したがって、数学の発展だけではなくパソコンなどの機械の発達も期待したい。

References

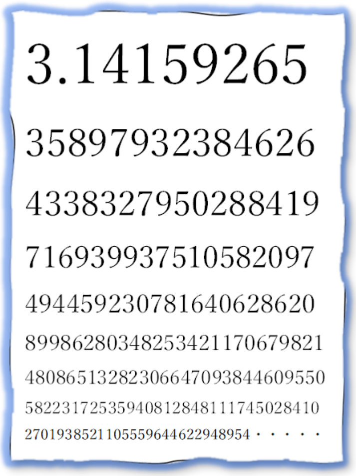
なし

これは研究じゃない

K.U 先輩の「きみろん」研究「**円周率に区切りはないのか**」は、この研究発表大会で物議を醸（かも）すことになります。

このポスター発表に参加した識者から、「これは先人の知恵をトレースしているにすぎず研究とは言えない。」とはっきり言われたのです。

トレースというのは、その知恵を上からなぞっているという意味です。先輩の名誉のために言っておきますが、彼は純粋に自分の頭で考えて円周率の無限に続く 3. 1415926・・・・という数値の不思議さを研究対象にしました。どこかの怪しいネットの解説をコピーしたわけでも、どこかの本に書かれていることを丸ごと持ってきたわけではなかったのです。それでも、この研究は研究と呼べないのでしょうか。



肝心なところが抜けている

K.U 先輩の研究は、実は書かなければいけない大事な部分が抜けているために、評価されなかったのです。

それは研究の「**背景**」Background です。「**背景**」とは、その研究分野でこれまでどんな研究がなされ、どんなところまで分かっているかということを、初めて聞く人たちに分かりやすく伝える道案内の文章です。次のページに、K.U 先輩のポスターのどこにそれを書けばいいかを示しました。見てください。

そうです。Introduction（導入）の最初にまず「**背景**」を書かなければならないのです。「**背景**」を書くためには、それまでどんな研究が行われているかを文献を使って調べる必要があります。したがって、最後の「**参考文献**」もないというのはおかしいということになります。

K.U 先輩の探究活動は、残念ながらまだ「自由研究」の域を出ていなかったことになります。高校に入ってからの探究活動の一番大事なスタンスは

先行研究を調べ、それを研究の「背景」としてまず伝える必要がある。その上で、自分の研究がこれまでに知られていない新しいアイデアや仮説であることを実験や調査の結果を証拠として示すことが求められる。

この点がこれまでの「自由研究」と大きく異なるところなのです。

K.U 先輩の研究に決定的に欠けていたもの …「背景」

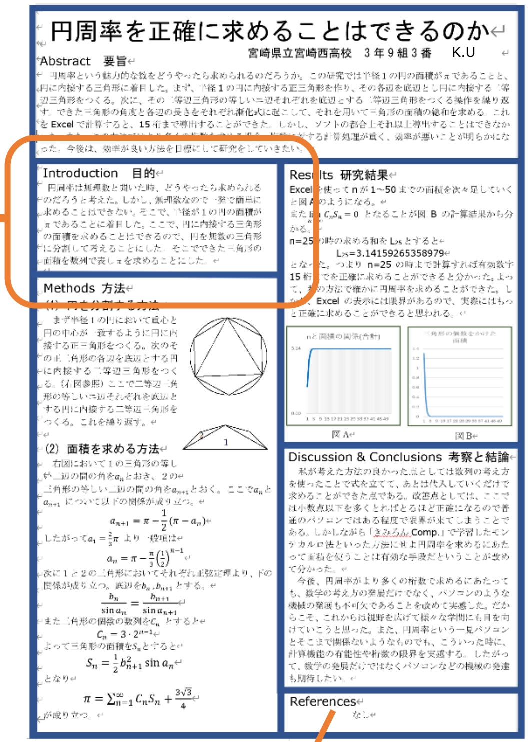
Introduction 導入

Background 背景

円周率を求める方法として現在まで多くの数学的方法が考案され、コンピュータによる計算が試みられている。初期の計算法は、円に内接する正多角形を使った計算方法で、最初にアルキメデスが行ったといわれている。「紀元前3世紀頃アルキメデスは（中略） 3+10/71<π<3+1/7 という関係を導いた」（大浦拓哉 2004）またオランダのルドルフという数学者は1610年に亡くなるまでに小数点以下35桁までの円周率を求めることに成功し、その値は墓石に刻まれているとされる。この方法も正多角形法である。2003年には東大の大学入試で「円周率が3.05より大きいことを証明せよ」という正多角形法を使う問題が出題されている。

Purpose 目的

円周率は無理数と聞いた時、どうやったら求められるのだろうと考えた。しかし、無理数なので一発で簡単に求めることはできない。そこで、半径が1の円の面積がπであることに着目した。ここで、円に内接する三角形の面積を求めることはできるので、円を無数の三角形に分割して考えることにした。そこでできた三角形の面積を数列で表しπを求めることにした。<u>これは正多角形の方法と同じだが、表計算ソフトエクセルで求め、どのぐらいの精度と桁の限界があるのかを調べるには意義があると考えた。</u>



Introduction（導入）は「背景」と「目的」から構成されている。「動機」を書くのは自由研究のレベルまで。

研究の「背景」を調べる必要があるので「参考文献」は必ず出てくる。逆に言えば、参考文献のない研究は存在しない。

References 参考文献

1． 大浦拓哉，「円周率の公式と計算法」平成16年度（第26回）数学入門公開講座テキスト 2004 京都大学数理解析研究所

2． 山村和也他 旺文社編，「2004年受験用 全国大学入試問題正解5 数学」旺文社 2003

巨人の肩の上に乗る

K.U 先輩の問題は「**研究**」ということと「**創造性**」ということが完全にイコールではないことが原因となっています。仮に君が円周率を全く独自に、ある方法で小数点以下 20 桁まで求めることに成功したとします。そんな問題を設定し、その問題に挑み成果を上げた君の「創造性」は素晴らしい。それは揺るぎようのない事実です。そんな人は、確かに君の周りにはいないし、君の数学的才能は高く評価されるべきです。

しかし、人類の歴史の中で過去にもし同じ方法を考えついている人がすでにいたらどう考えたらいいのでしょう。しかもそれが記録に残されていることが分かったら・・・。そう、その記録が発見された瞬間、君は円周率を求めるある方法を発見した人という名誉を先人に譲らなければならないのです。そして君は「先人の知恵を再発見した」人になるわけです。

実は、これが「**科学**」という文化の基盤を支えているルールです。つまり「**研究**」とは先人が生み出した知恵を独自に再発見することではなく、その知恵の上に「**新しいことを創造する**」営みなのです。

「私がより遠くを見ることができたのだとしたら、それは、巨人たちの肩の上に乗っていたからです。」

万有引力の発見で名高いイギリスのアイザック・ニュートンは、自分の発見についてこのように表現したといわれています。この「巨人たち」とは、これまでの先人たちが積み重ねてきた知的業績を意味し、この言葉自体は 12 世紀のフランスの哲学者の言葉と言われています。この「先人たちが生み出した知恵」の上に研究が行われるルールは、今日（こんにち）「**巨人の肩の上に乗る**」と表現されるようになっています。

先人たちの生み出した知恵の体系を「巨人」と呼び、研究者はその体系（巨人）を一から自分で生み出す必要はなく、「巨人の肩の上に乗って」そこから見えるものを探究していく。それが「**科学の方法**」と考えられるようになっていったのです。だから「科学」は常に新しいことを生み出すことができるシステムになっているわけです。そして、これまでの研究、そして今日生み出された研究も、論文として世界中の図書館にデータベースの形で蓄えられていくのです。

【巨人の肩の上に乗る】先人たちが生み出した知恵の体系を「巨人」と呼びその肩の上に乗ってそこから見えるものを探究していくのが「科学の方法」