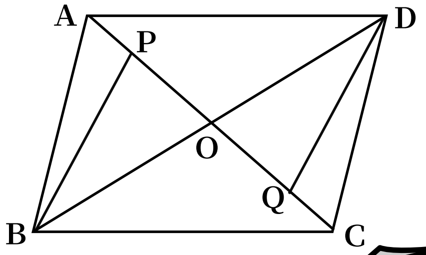
【中学校数学　活用問題　中２－５】　　**正答例**
（単元評価問題関連：中２－④，中２－⑤）

「平行四辺形の対角線」	（　　）組 （　　）番	氏 名

正志さんとまさこさんは，次の問題を考えています。

【問題】右の図のように，平行四辺形ＡＢＣＤの対角線の交点をＯとし，線分ＯＡ，ＯＣ上に，ＡＰ＝ＣＱとなる点Ｐ，Ｑをそれぞれとります。
　このとき，ＢＰ＝ＤＱとなることを証明しなさい。



正志さんは，この問題を解決するために，次のような**証明の方針１**を考えました。この**証明の方針１**にもとづいて，ＢＰ＝ＤＱとなることを証明することができます。

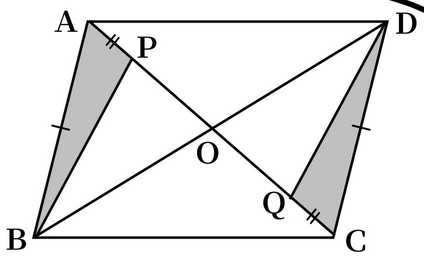

正志さん

証明の方針１

1　ＢＰ＝ＤＱを証明するためには，△ＡＢＰ≡△ＣＤＱを示せばよい。

2　△ＡＢＰと△ＣＤＱの辺や角について，等しいことがわかるものを探せばよい。まず，平行四辺形ＡＢＣＤの性質から，ＡＢ＝ＣＤがわかるし，仮定からＡＰ＝ＣＱもわかっている。

3　2を使うと，△ＡＢＰ≡△ＣＤＱが示せそうだ。



（１）この**証明の方針１**にもとづいて，ＢＰ＝ＤＱとなることを証明しなさい。

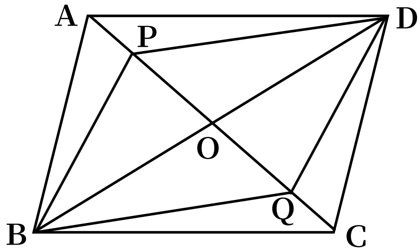
【証明】
△ＡＢＰと△ＣＤＱにおいて，
仮定より　ＡＰ＝ＣＱ　・・・・・・・①
平行四辺形の向かい合う辺は等しいから，
　ＡＢ＝ＣＤ　・・・・・・・②
平行四辺形の向かい合う辺は平行だから，
　ＡＢ∥ＣＤ
平行線の錯角は等しいから，
　∠ＰＡＢ＝∠ＱＣＤ　・・・・③
①②③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
　△ＡＢＰ≡△ＣＤＱ
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
　ＢＰ＝ＤＱ

平行四辺形の定義
　２組の向かい合う辺が，それぞれ平行な四角形を平行四辺形という。

平行四辺形の性質
①　２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい
②　２組の向かい合う角はそれぞれ等しい
③　対角線はそれぞれの中点で交わる

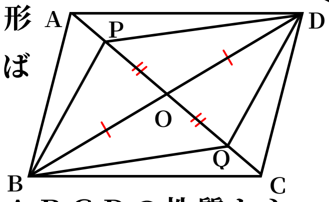
定義，性質を利用して，等しい辺，角を示せばよい。

まさこさんは，ＢＰ＝ＤＱであることを，右の図のように，線分ＢＱ，線分ＤＰをひき，次のような**証明の方針２**にもとづいて証明することを考えました。



証明の方針２

1　ＢＰ＝ＤＱを証明するためには，四角形ＰＢＱＤが平行四辺形であることを示せばよい。



2　四角形ＰＢＱＤについて，平行四辺形ＡＢＣＤの性質から，ＢＯ＝ＤＯがわかる。

3　2と仮定のＡＰ＝ＣＱを使うと，四角形ＰＢＱＤが平行四辺形であることは，[　　　　　]ことから示せそうだ。

まさこさん

（２）　**証明の方針２**の[　　　　　]に当てはまることがらが，下の**ア**から**エ**までの中にあります。正しいものを１つ選び，ＢＰ＝ＤＱとなることを証明しなさい。

ア　対角線がそれぞれの中点で交わる
イ　対角線が垂直に交わる
ウ　対角線の長さが等しい
エ　対角線が垂直に交わり，その長さが等しい

ア

【証明】

平行四辺形ＡＢＣＤの対角線はそれぞれの中点で交わるので，

ＢＯ＝ＤＯ　・・・・・・・①

ＡＯ＝ＣＯ　・・・・・・・②

仮定より　ＡＰ＝ＣＱ　・・・・・・③

また，ＰＯ＝ＡＯ－ＡＰ

ＱＯ＝ＣＯ－ＣＱ

②③より　ＰＯ＝ＱＯ　・・・・・・④

①④より，対角線がそれぞれの中点で交わるので，

四角形ＰＢＱＤは平行四辺形である。

平行四辺形の向かい合う辺は等しいから，

ＢＰ＝ＱＤ

平行四辺形になる条件「対角線がそれぞれの中点で交わるとき」を用いて，四角形ＰＢＱＤが平行四辺形になることを説明する。