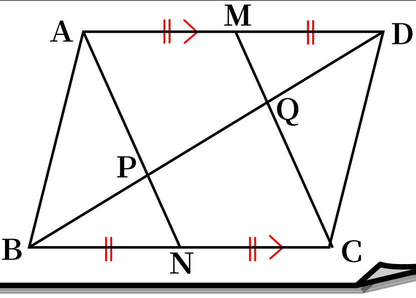
【中学校数学　活用問題　中２－６】　　　**正答例**
（単元評価問題関連：中２－④，中２－⑤）

「平行四辺形の性質を使って」	（　　）組 （　　）番	氏 名

正志さんとまさこさんは，次の問題を考えています。

【問題】右の図のように，平行四辺形ＡＢＣＤの線分ＡＤ，ＢＣの中点をそれぞれＭ，Ｎとし，対角線ＢＤと線分ＡＮ，ＣＭとの交点をそれぞれＰ，Ｑとします。
このとき，ＡＰ＝ＣＱとなることを証明しなさい。



まさこさんは，図の中にある四角形ＡＮＣＭについて考えています。

まさこさん

四角形ＡＢＣＤは平行四辺形の性質からＡＤ∥ＢＣ，ＡＤ＝ＢＣであることがわかる。また，Ｍ，Ｎは線分ＡＤ，ＢＣの中点なので，ＡＭ＝ＮＣであることもわかる。
だから，四角形ＡＮＣＭは［　　　　］ので，平行四辺形と言えそうだわ。

（１）まさこさんの考えの中の［　　　　］に当てはまることがらが，下の**ア**から**エ**までの中にあります。正しいものを１つ選びましょう。

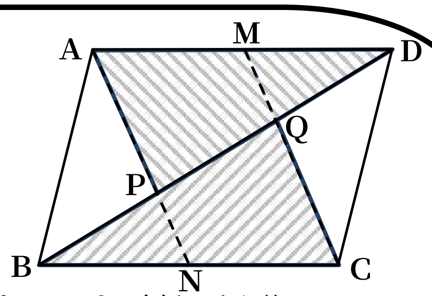
ア　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい
イ　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい
ウ　１組の向かい合う辺が等しくて平行である
エ　対角線がそれぞれの中点で交わる

ＡＤ∥ＢＣより，ＡＭ∥ＮＣがわかる。

ウ

正志さんは，この問題を解決するために，次のような「**証明の方針**」を考えました。この「**証明の方針**」にもとづいて，ＡＰ＝ＣＱとなることを証明することができます。

証明の方針



１　ＡＰ＝ＣＱを証明するためには，△ＡＰＤ≡△ＣＱＢを示せばよい。

２　△ＡＰＤと△ＣＱＢの辺や角について，等しいことがわかるものを探せばよい。平行四辺形ＡＢＣＤや問題(1)でわかった平行四辺形ＡＮＣＭから，等しい辺や角が見つけられそうだ。

３　２を使うと，△ＡＰＤ≡△ＣＱＢが示せそうだ。

正志さん

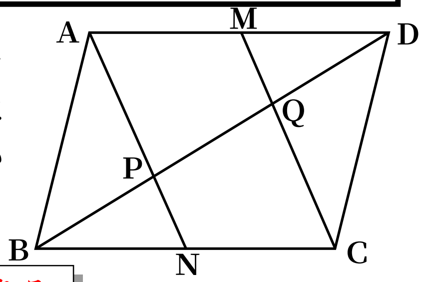
（２）この「**証明の方針**」にもとづいて，ＡＰ＝ＣＱとなることを証明しなさい。

【証明】

△ＡＰＤと△ＣＱＢにおいて，
平行四辺形の向かい合う辺は等しいから，
ＡＤ＝ＣＢ　・・・・・・・①
平行四辺形の向かい合う辺は平行だから，
ＡＤ∥ＢＣ
平行線の錯角は等しいから，
∠ＰＤＡ＝∠ＱＢＣ　・・・・②
（問題(1)より，）平行四辺形ＡＮＣＭの向かい合う角は等しいから，
∠ＰＡＤ＝∠ＱＣＢ　・・・・③
①②③より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
△ＡＰＤ≡△ＣＱＢ
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
ＡＰ＝ＣＱ

平行四辺形ＡＢＣＤと，問題(1)で示された平行四辺形ＡＮＣＭの2つの平行四辺形から，等しい辺や等しい角を見いだす。

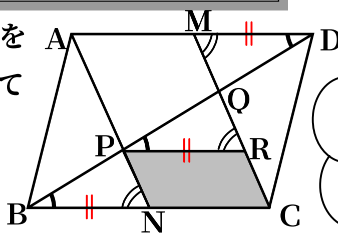
（３）まさこさんは，線分ＢＰ，ＰＱ，ＱＤの長さを定規で測ると，全て同じ長さになっていることに気がつきました。このことが成り立つ理由について，次のように考えました。



四角形ＰＮＣＲが平行四辺形であることを利用すればよい。

まさこさんの考え

1　ＢＰ，ＰＱ，ＱＤの長さが等しいことを証明するためには，三角形の合同を使って対応する辺が等しいことを示せばよい。



2　点Ｐを通り線分ＡＤに平行な直線と線分ＣＭとの交点をＲとすると，△ＱＰＲ，△ＱＤＭ，△ＰＢＮは［　　　　］ので合同になることがわかる。

3　2から，対応する辺の長さは等しいので，ＢＰ＝ＰＱ＝ＱＤであることが示せそうだわ。

いろんな考え方ができそうだけど，私は三角形の合同の証明を使って考えてみるわ。

「まさこさんの考え」の［　　　　］に当てはまることがらが，下の**ア**から**エ**までの中にあります。正しいものを１つ選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺の長さがそれぞれ等しい
イ　３組の辺がそれぞれ等しい
ウ　２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
エ　１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ